indescomp

ZX81

70

70 PROGRAMAS INTELIGENTES

TOMO I



por Federico Sanchez-Vallejo Trigo

Edita: INDESCOMP, S. A.
P.º de la Castellana, 179 - MADRID-16
Dep. Legal: M. 7469 - 1983
I.S.B.N.: 84-86176-01-8 (Tomo I)
I.S.B.N.: 84-86176-00-X (Obra completa)
Imprime: JULIO SANZ, Artes Gráficas
Duque, 63 - TORREJON DE ARDOZ

ZX-81

70 PROGRAMAS INTELIGENTES

Federico Sanchez-Vallejo Trigo

INDESCOMP

70 PROGRAMAS INTELIGENTES PARA EL ZX-81
POR FEDERICO SANCHEZ-VALLEJO TRIGO

TOMO I — FE DE ERRATAS

Página	Párrafo	Línea	Dice	Debe decir
5	2	1	Gillermo	Guillermo
7	1	3	Ecomistas	Economistas
15	1	5	Sustencialmente	Sustancialmente
25	1	21	Programas 9 y 10	Programas 7 y 8
25	1	23	Programa 10	Programa 8
29	1	15	16 = G,	(BORRAR ESTO)
30	2	1	Programa n° 7	Programa n° 10
30	3	6	Programa n° 7	Programa n° 10
41	3	6	$A - B\sqrt{-1} = A - Bi$	$A \pm B\sqrt{-1} = A \pm Bi$
59	3	3	de escritura	(BORRAR ESTO)
73	1	última	n° 7	N = 7
98	1	5	irregular	aleatoria
109	Figura 4	Letrero	(no dice nada)	NUBE DE PUNTOS
123	1	11	(FIGURA 8)	(FIGURA 9)
123	1	13	ra 9	ra 5
151	—	1	ILSE (.)	PULSE (.)

PROLOGO

El factor más importante de la Programación es su labor creativa.

Antes de comenzar un programa se puede haber realizado esa misma labor "a mano" previamente. Pero lo que sí es seguro es que, después de explicarle a nuestro ordenador como ha de realizarlo, se conoce el problema a fondo, de una manera tal como no pensabamos conocerlo antes.

El SINCLAIR ZX-81 no es sino el más barato de los Ordenadores Personales, pero ha causado una revolución tal en este campo que ha logrado vender 400.000 unidades en todo el mundo y en poco más de un año y medio.

Al calor de esta euforia se han publicado, tan solo en el Reino Unido, más de 50 libros con programas y, tanto en aquel país como en el resto de Europa algunas revistas relativas a Micro-ordenadores se ocupan del ZX-81 periódicamente.

El porqué de estas publicaciones masivas radica en uno de los defectos más ostensibles del ZX-81: la falta de SOFTWARE. La compra del ordenador no se acompaña de una Biblioteca de Programas y la mayoría de ellos, así como la mayoría de los libros al respecto se quedan en programas cuya única intención es la iniciación del usuario en el manejo del BASIC en general y del ZX-81 en particular.

Pero un programa es interesante cuando le dice ALGO al usuario.

Puede ser que este "algo" sea la dificultad de ganarle a la máquina en una partida (si estamos jugando contra ella), o la obtención de un resultado suficientemente exacto (si estamos realizando un cálculo).

En ambos casos volveremos a utilizar la máquina más adelante, porque nos reporta ESE ALGO.

Y ésto es lo que pretendo que encuentre el usuario del SINCLAIR ZX-81 que utilice este libro.

Bien entendido que hay asuntos que no merecen la pena programarse en BASIC. Un AJEDREZ en estas condiciones seria lentísimo y, para acortar este tiempo de respuesta del ordenador, se ha de programar en CODIGO MAQUINA.

Otra limitación del ZX-81 es su pequeña capacidad de almacenamiento de 16 Kilobytes (16 K), aún con ampliación de memoria.

Con esa capacidad no pueden desarrollarse programas demasiado largos en BASIC puro, otro motivo más para tener que utilizar el Código Máquina.

Sin embargo las 16 K son suficientes para desarrollar programas muy interesantes y sobre todo motivadores, para que el usuario los modifique a su gusto y trabaje en ellos.

En España el fénomeno ha sido tan espectacular como en el resto de Europa. Asociaciones de usuarios, revistas especializadas, algunos programas interesantes en cassettes debidos al representante de Sinclair y a importadores, y el establecimiento de un mercado entre particulares son solo algunos detalles del "boom" en España del Sinclair ZX-81.

El futuro del ZX-81 y otros posibles modelos de Sinclair es importante en el plano didáctico. Programas muy sencillos se pueden desarrollar hasta 3° de E.G.B. con 1K, y no solo relativos a temas matemáticos.

Cuando los datos pasan a ser masivos entonces serán imprescindibles las 16K. Dentro de los estudios superiores será útil para los alumnos de Escuelas Técnicas (Matemáticas, Estadística, Topografía) y Económicas en general (Contabilidad, Macroeconomía, Microeconomía, Técnicas de Gestión).

Para el usuario genérico será una puerta abierta al mundo de los ordenadores más potentes. Y siempre la decisión de aumentar este nivel de participación dependerá solo de él. Cuanto más trabaje con su ZX-81 tanto más fácil será su posterior adaptación a modelos

posteriores de Sinclair o distintos.

El ánimo de este libro es presentar una panorámica expositiva y didáctica, a partes variables, de lo que es posible hacer con el ZX-81, animando a los usuarios a la creación, depuración e intercambio de programas y a la colaboración en revistas especializadas.

Es un intento de MOTIVAR a estos CIUDADANOS DEL SIGLO XXI, a los cuales dedico este libro.

Federico Sánchez-Vallejo Trigo

MI AGRADECIMIENTO:

Al Profesor F. J. Quintana, A. Alvarez Vico y J. de la Torre Porras, por su continuo apoyo para la documentación de este libro. Así como a las aportaciones de E. Llorens, al que estoy profundamente agradecido por los programas ''Los 4 espías'' y ''El castillo encantado'', e I. Carbonell, por dejarme disponer del libro: ''Tratamiento estadístico de las producciones en Informática de Gestión''.

A mis amigos Gillermo Meyer y José Angel López, cuyo entusiasmo, apoyo y suministro de toda clase de programas ha sido fundamental para la realización de este libro.

Finalmente, a todos aquellos con los que he intercambiado programas, en especial: Pedro García Olea (''Dieta'') y Andrés Rodriguez (''Primos'').

Madrid, Octubre de 1982.

DEDICATORIA

A MARICARMEN.

BIBLIOGRAFIA BASICA

MATEMATICAS

Programas 1-10.- Matemáticas 1° - 5° EGB, Editorial ANAYA.
Programas 11-23.- Acceso para Mayores de 25 años (UNED).
Matemáticas para ecomistas I (A. Alcaide, UNED).

ECONOMIA

Programa 1.- Introducción a la Estadística Matemática (P. Hoel, Ariel).
Programas 2 y 4.- Matemáticas para economistas I (A. Alcaide, UNED).
Programa 5.- Matemáticas de las Operaciones Financieras (L. Gil Peláez,UNED).
Programa 3.- Estadística (Introducción) (A. Alcaide, UNED).
Programas 6-9.- Introducción a la Economía de la Empresa (E. Ballestero, Alianza Universidad).
Programa 8.- "La eficiencia de los Algoritmos". Rev. Investigación y Ciencia.
Modelos económicos aplicados a la Empresa (C. Romero, Deusto).

NOTAS GENERALES

CARGA AUTOMATICA DE PROGRAMAS
Para que el Programa cargue automáticamente, se han de añadir las sentencias, (en el caso de que NO estén ya en el Programa):
9990 SAVE "(NOMBRE DEL PROGRAMA)"
9999 GOTO 1 (o donde se desee que comience el Programa)
Previamente se ha de haber grabado en cinta mediante:
GOTO 9990 (El método es éste, los números de las sentencias pueden ser distintos a los que se aconsejan).
MEMORIA OCUPADA POR EL PROGRAMA
Cantidad de RAM reservada para BASIC:
PRINT PEEK 16388 + 256 * (PEEK 16389 -64)
RAMTOP: PEEK 16388 + 256 * PEEK 16389
Comienzo del AREA de BASIC: 16384 (en decimal) o 4000 (hexadecimal).
Capacidad realmente utilizada por programa (en K), aproximadamente :
PRINT (PEEK 16404 + 256 * PEEK 16405-16389)/1024

TOMO I

INDICE

MATEMATICAS (INDICE) - PARTE I

APLICACIONES ECONOMICAS (INDICE) - PARTE II

PROGRAMA NUMERO **PAGINA**

PROGRAMAS CIENTIFICOS - PARTE III

PROGRAMA NUM. **PAGINA**

TOMO II

JUEGO (INDICE) - PARTE IV

PROGRAMA NUM. **PAGINA**

ARCHIVOS (INDICE) - PARTE V

PROGRAMA NUM. **PAGINA**

EPILOGO (INDICE) - PARTE VI

PAGINA

MATEMATICAS (INDICE) - PARTE I

PROGRAMA NUMERO

BIBLIOGRAFIA - MATEMATICAS

La mención a la Bibliografía se realiza en la mayoría de los casos para ampliación o apoyo del lector que quiera ampliar un determinado tema, puesto que las explicaciones realizadas en los preámbulos de los programas son muy someras.
No obstante, se ha de hacer constar que TODOS los programas basados en dichas publicaciones han sido modificados sustencialmente o en todo. De cualquier forma, en la gran mayoría de los casos la salida por pantalla (o printer) es totalmente diferente.

PROGRAMA N°

1.- Sumas de 2 cifras y 4 dígitos.
Sinclair ZX-81 (1K) Investrónica. Cassette n° 1.-Educación.
2.- Sumas de 4 cifras y 4 dígitos.
Sinclair ZX-81 (1K) Investrónica. Cassette n° 1.-Educación.
3.- Restas de 2 cifras y 4 dígitos.
Sinclair ZX-81 (1K) Investrónica. Cassette n° 1.-Educación.
4.- Operaciones encadenadas (sin cambio de operación ni de nivel).
Sinclair ZX-81 Software Catalogue.
6.- Números Primos acotados entre 2 cifras.
Programación Fortran. S. LIPSCHULTZ y A.POE (SCHAUM) pag.87/88.
12.- Obtención de raíces reales de ecuaciones.
Hewlett Packard, Programa Bisect.
14.- Ecuación de 3er. Grado.
T. Hartnell, Microcomputer Printout, Mayo 1982 (pag.82).
19.- Sistemas de ecuaciones.
Scientific Subroutine Package (IBM).
Traitement statistique des donnèes en informatique de gestion.
J.Phelizon (Dunod,1971. pag.39-40).
18.- Matrices especiales.
Programación Basic (B.S.Gottfried, Schaum. cap.7).
Programación Fortran (S.Lipschultz y A.Poe, Schaum. pag. 159-165).
22.- Integración por Simpson.
Programación Basic (J.G.KEMENY y T.E.KURTZ, los creadores del BASIC, Cia. Editorial Continental S.A. México, pag. 152-154).
23.- Suma de filas y columnas.
Programación Basic (B.S.Gottfried, Schaum, pag. 91-93).
24.- Cuadrados Mágicos.
Programa traducido de revista y suministrado por Guillermo Meyer.(Your Computer, Mayo 1.982).

MATEMATICAS

Los programas sobre matemáticas que aquí se incluyen se desarrollan en grado creciente de dificultad. Cuando es necesario se presenta la definición de las variables utilizadas en el programa.
Los conocimientos necesarios para la comprensión del método matématico se indican previamente al programa: 5° EGB, 1er. Curso de Escuela Especial, etc. Pero es necesario no impresionarse demasiado con ésto: el usuario puede utilizar cada programa en su provecho con solo introducir los datos e interpretar los resultados.
Para hacer este trabajo más facil se indicará al principio de cada programa ''como funciona'' y al final ''para qué sirve'' mediante ejemplos sencillos.
El principal defecto del ZX-81 se refiere a la ausencia de todo lo relativo a MATRICES. Debido a ésto se desarrollan aquí los comandos sencillos MAT PRINT, MAT ZER, MAT +, MAT –, MAT *, MAT IDN y los más complicados MAT SORT y MAT INV.
La MATRIZ con una sola fila o columna NUMERICA se denomina VECTOR y se define mediante una DIM con un solo argumento, P.E. DIM A(8), (si la fila o columna es LITERAL, p.e. A$(8,10), si deseamos 10 caracteres. Pero para poder realizar operaciones con esta clase de matrices hemos de transformar las cadenas en números mediante VAL CHR$ o CODE).
Las que utilizaremos normalmente son de 2 dimensiones y se definen mediante DIM de 2 argumentos, p.e. DIM A(4,3).
Los comandos antes enunciados se refieren a MATRIZ CERO, SUMA, RESTA y MULTIPLICACION de MATRICES y MATRIZ IDENTIDAD.
MAT SORT ordena matrices por filas y/o columnas conforme a varias opciones y MAT INV utiliza el método de la matriz INVERSA para resolver sistemas de ecuaciones lineales.
Todos estos conceptos serán explicados más ampliamente en la exposición previa al programa que utilice o describa estos conceptos.

NOTA GENERAL:
Los números situados entre paréntesis sobre líneas o espacios en blanco significan su longitud en espacios referidos al ZX-81.

OPERACIONES ARITMETICAS SENCILLAS (Programas 1,2,3)

Los alumnos de 1° de EGB aprenden a sumar y restar dos números durante el Curso Escolar. A mediados (2ª Evaluación) aprenden a sumar y pronto a ''llevarse una'' si la suma de 2 dígitos es superior a 10. Una enseñanza eficaz en 1° de EGB debe comenzar con sumas y restas de 2 dígitos (como los programas que distribuye Sinclair), pero debe continuar con programas como los num. 1 y 2 para que los niños no se aburran.
Una estupenda idea que motiva al niño es hacerle ver fallos y aciertos de forma muy evidente: POR EJEMPLO añadir al programa dos subrutinas, una en caso de suma correcta y otra en caso contrario.
En caso de ACIERTO:

```
2000 FAST
2010 FOR I =2 TO 21
2020 FOR J =0 TO 32 STEP 17
2030 PRINT AT I,J;''MUY BIEN, ALBERTO''
2035 REM ''O EL NOMBRE DE SU HIJO''
2040 NEXT J
2050 NEXT I
```

En caso de FALLO:

```
3000 FAST
3010 FOR K =0 TO 21
3020 FOR L =0 TO 31 STEP 17
3030 PRINT AT K,L;''■''
3040 NEXT L
3050 NEXT K
3060 FOR M =5 TO 16
3070 FOR N =5 TO 26
3080 PRINT AT M,N;'' ''
3090 NEXT N
3100 NEXT M
3110 PRINT AT 8,10;''REPITELA''
3120 PRINT AT 12,10;''ALBERTO''
3125 REM ''O EL NOMBRE DE SU HIJO''
3130 RETURN
```

En todo caso se han de modificar las sentencias:
180 GOSUB 3000
220 GOSUB 2000 (230 en el Programa 2)
El Programa 3 es ''Ejercicio de Suma de 4 números de 4 dígitos cada uno''. Es un ejercicio para alumnos de 2° y 3° de EGB.
Comparando los 3 programas se pueden intentar otros nuevos a la medida de nuestras necesidades.
EJEMPLO A.- Sumar 2 números de 6 dígitos.
(Añadir al Programa 1)

```
20 LET A =1 + INT(RND *999999)
30 LET B =1 + INT(RND *999999)
40 IF A<1000000 OR B<1000000 THEN GOTO 20
60 PRINT AT 7,5;A;AT 8,4;'' + '';AT 8,5;B;AT 9,4;''  (8)  ''
```

y añadir.

```
152 = 156 = 160 PRINT AT 10,9 – LEN C$;C$;
154 = 158  LET C$ = STR$ C + C$
153 = 157  GOSUB 300
```

EJEMPLO B.- Sumar 6 números de 4 dígitos.
(Añadir al Programa 3 las sentencias:)

```
38 LET H = 1 + INT(RND *9999)
39 LET I = 1 + INT(RND *9999)
40 (Añadir) OR H<1000 OR I<1000
60 (Modificar) AT 12,4;" + ";AT 11,5;H;AT 12,5;I;AT 13,4;" (6) "
```

y las sentencias 152 a 158 del Ejemplo A.

PROGRAMA NUM. 1

SUMA
CORRECTAS 0

```
   2547
 + 1045
 ------
   3592   BIEN
```

```
 10 FOR P = 0 TO 99999
 20 LET A = 1 + INT (RND * 9999)
 30 LET B = 1 + INT (RND * 9999)
 40 IF A<1000 OR B<1000 THEN GOTO 20
 48 PRINT "SUMA", ,"CORRECTAS";P
 60 PRINT AT 7,5; A; AT 8,4; "+";
    AT 8,5; B; AT 9,4; "(6)"
 70 LET C$ = ""
 80 GOSUB 300
 90 LET C$ = STR$ C
100 PRINT AT 10,9-LEN C$; C$;
140 GOSUB 300
150 LET C$ = STR$ C + C$
160 PRINT AT 10,9-LEN C$; C$;
162 GOSUB 300
163 LET C$ = STR$ C + C$
164 PRINT AT 10,9-LEN C$; C$;
165 GOSUB 300
167 LET C$ = STR$ C + C$
168 PRINT AT 10,9-LEN C$; C$;
170 IF VAL C$ = A + B THEN GOTO 220
180 PRINT "NO", TRATA OTRA VEZ"
190 IF INKEY $ = "" THEN GOTO 190
200 CLS
210 GOTO 50
220 PRINT "BIEN"
240 IF INKEY$ = "" THEN GOTO 240
250 CLS
260 NEXT P
270 CLS
290 STOP
300 INPUT C
310 IF C>19 THEN GOTO 30
320 RETURN
```

PROGRAMA NUM. 2

RESTA
CORRECTAS 0

```
   2090
 - 1411
 ------
   0679   BIEN
```

```
10 FOR P = 0 TO 99999
20 LET A = 1 + INT (RND + 9999)
30 LET B = 1 + INT(RND + A)
40 IF LEN STR$ B<4 THEN GOTO 20
50 PRINT "RESTA",,"CORRECTAS";
   P
60 LET C$ = ""
70 PRINT AT 7,5; A; AT 8,4; "–";
   AT 8,5; B; AT 9,4; "(6)"
80 IF A-B<10 THEN GOTO 130
```

```
 90 GOSUB 300
100 LET C$ = STR$ C
110 PRINT AT 10,9-LEN C$; C$;
120 IF (STR$ (A-B)) (LEN STR$ (A-B))
    <> C$ THEN GOTO 180
130 GOSUB 300
150 LET C$ = STR$ C + C$
160 PRINT AT 10,9 – LEN C$;C$;
164 GOSUB 300
166 LET C$ = STR$ C + C$
168 PRINT AT 10,9-LEN C$; C$;
172 GOSUB 300
174 LET C$ = STR$ C + C$
175 PRINT AT 10,9-LEN C$; C$;
176 IF VAL C$ = A-B THEN GOTO 230
180 PRINT "NO, TRATA OTRA VEZ"
190 IF INKEY$ = "" THEN GOTO 190
200 CLS
210 GOTO 50
230 PRINT "BIEN"
250 IF INKEY$ = "" THEN GOTO 250
260 CLS
270 NEXT P
290 STOP
300 INPUT C
310 IF C>9 THEN GOTO 300
320 RETURN
```

PROGRAMA NUM. 3

```
SUMA
CORRECTAS 0

   3433
   7486
   1439
 + 7893
 ______
  26251   BIEN
```

```
10 For P=0 TO 99999
20 LET     A = 1 + INT     (RND * 9999)
30 LET B = 1 + INT (RND * 9999)
35 LET F = 1 + INT (RND * 9999)
37 LET     G = 1 + INT     (RND * 9999)
40 IF A<1000 OR B<1000 OR F<1000 OR
   G<1000 THEN GOTO 20
50 PRINT AT 0, 0; "SUMA", ,"CORRE
   CTAS"; P
60 PRINT AT 7,5; A; AT 8,5;B ; AT 9,5;
   F; AT 10,4; "+"; AT 10,5; G; AT
   11,4; "(6)"
70 LET C$ = ""
80 GOSUB 300
90 LET C$ = STR$ C
100 PRINT AT 12,9-LEN C$; C$;
140 GOSUB 300
150 LET C$ = STR$ C + C$
160 PRINT AT 12,9-LEN C$; C$;
162 GOSUB 300
163 LET C$ = STR$ C + C$
164 PRINT AT 12,9-LEN C$; C$;
165 GOSUB 300
167 LET C$ = STR$ C + C$
168 PRINT AT 12,9-LEN C$; C$;
170 IF VAL C$ = A + B + F + G THEN GO-
    TO 220
180 PRINT "NO", TRATA OTRA VEZ"
190 IF INKEY$ = "" THEN GOTO 190
200 CLS
210 GOTO 50
220 PRINT, "BIEN"
240 IF INKEY$ = "" THEN GOTO 240
250 CLS
260 NEXT P
270 CLS
290 STOP
300 INPUT C
310 IF C>39 THEN GOTO 30
320 RETURN
```

OPERACIONES ARITMETICAS ENCADENADAS (Programa 4 y 5)

Desde 2° a 4° de EGB los alumnos aprenden las 4 operaciones fundamentales. Los Programas 4 y 5 les pueden ayudar a realizar un progreso escalonado.
En el programa 4 se eligen FUNCION (+, – , *, /) y NIVEL de dificultad (1-3), conforme a las posibilidades del alumno, obteniéndose el total de respuestas correctas sobre las 10 posibles. (En caso de desear que este número sea mayor basta cambiar:
100 FOR N =1 TO X, siendo X el número de operaciones deseado).
Se generan aquí 2 números aleatoriamente, pero el primero de ellos no tiene porqué ser mayor que el segundo. De ocurrir este caso en la función 2 (resta) obtendremos un número NEGATIVO como respuesta y dicho concepto se estudia en cursos posteriores.
Para evitar el problema basta añadir la sentencia:
145 IF D› C THEN GOTO 130
En el Programa 4 cada operación generada es independiente de la anterior. Sin embargo en el Programa 5 el resultado de cada operación genera el primero de los 2 números (primer sumando, minuendo, multiplicando, dividendo) de la operación siguiente.
De esta forma el encadenamiento de operaciones cobra todo su sentido, dando lugar a operaciones bastante complicadas para esa edad, sobre todo en multiplicaciones y divisiones (donde es suficiente obtener 2 cifras decimales exactas).
Para generar una puntuación progresiva se han de modificar las sentencias:
52 FOR N =1 TO 30
270 = 1270 = 2270 = PRINT AT 21,0;"PUNTUACION";F;"SOBRE";AT 21,19;N

PROGRAMA NUM. 4

```
          MATEMATICAS

FUNCION  1 = + ;  2 = – ;  3 = *;  4 = /   (2)
NIVEL 1-3                                  (2)

          MATEMATICAS

PREGUNTA      1
CORRECTA      0

4 – 66 = -62
CORRECTA: PULSE N/L
```

```
 10 RAND
 20 SLOW
 30 LET F =0
 40 LET A$ = " + – */"
 50 CLS
 55 PRINT AT 0,10; "MATEMATICAS"
 60 PRINT AT 3,0; "FUNCION 1 = + ;
    2 = – ; 3 = *; 4 = /"
 70 INPUT A
 75 PRINT AT 3,25; "(";A;")"
 80 PRINT AT 4,0; "NIVEL"1 – 3"
 90 INPUT B
 95 PRINT AT 4,25; "(";B;")"
 97 PAUSE 50
100 FOR N =1 TO 10
110 CLS
115 PRINT AT 0,10; "MATEMATICAS"
120 PRINT AT 3,0; "PREGUNTA", N;
125 PRINT AT 4,0; "CORRECTA", F;
130 LET C = INT (10**B*RND)
140 LET D = INT (10**B*RND)
150 IF A>2 THEN LET D = INT (D/(10**
    (B-1))) + 1
160 LET B$ = STR$ C + "" + A$(A) + " "
    + STR$ D
170 PRINT AT 7,7; B$; " =";
180 INPUT D
190 PRINT AT 7,16; D
200 IF ABS (VAL B$-D)>0.01 THEN GO-
    TO 240
210 PRINT ,," CORRECTA:PULSE N/L"
```

```
220 LET F = F + 1
230 GOTO 250
240 PRINT ,,"NO CORRECTA:PUL-
    SE N/L"
250 INPUT D$
260 NEXT N
270 PRINT ,,"PUNTUACION";F; "SO-
    BRE 10"
280 INPUT D$
290 RUN
```

PROGRAMA NUM. 5

MATEMATICAS

```
FUNCION 1
NIVEL 2
PREGUNTA 1
CORRECTA 0

9 + 31 = 40

FUNCION 1
NIVEL 2

40 + 96 = 136

FUNCION 3
NIVEL 1

136 *4 =

PUNTUACION 2 SOBRE 3
```

```
  10 RAND
  20 SLOW
  30 LET F = 0
  40 LET A$ = " + - */"
  50 CLS
  52 FOR N = 1 TO 10
  55 PRINT AT 0,10; "MATEMATICAS"
  60 PRINT AT 3,0; "FUNCION 1 = + ;
     2 = - ; 3 = *; 4 = /"
  70 INPUT A
  72 IF A>4 THEN GOTO 70
  75 PRINT AT 3,8; A; AT 3,9;"(16)"
  80 PRINT AT 4,0; "NIVEL 1-3"
  90 INPUT B
  92 IF B>3 THEN GOTO 90
  95 PRINT AT 4,8; B; AT 4,6; "       "
 120 PRINT AT 5,0; "PREGUNTA", N;
 125 PRINT AT 6,0; "CORRECTA", F;
 130 LET C = INT (10**B*RND)
 140 LET D = INT (10**B*RND)
 150 IF A>2 THEN LET D = INT (D/(10**
     (B - 1))) + 1
 160 LET B$ = STR$ C + "''" + A$(A) + "  "
     + STR$ D
 170 PRINT AT 8,7; B$; " = ";
 180 INPUT E
 190 PRINT AT 8,16; E
 200 IF ABS (VAL B$ - E) > 0,01 THEN
     GOTO 240
 205 LET F = F + 1
 210 PRINT ,," CORRECTA: PULSE N/L"
 230 GOTO 250
 240 PRINT ,,"NO CORRECTA: PULSE
     N/L"
 250 INPUT D$
 270 PRINT AT 21,0; "PUNTUACION"
     ;F;"SOBRE"; AT 21,19; 3*N
1020 SLOW
1040 LET A$ = " + - */"
1060 PRINT AT 10,0; "FUNCION 1 = + ;
     2 = - ;3 = *;4 = /"
1070 INPUT A
1072 IF A>4 THEN GOTO 70
1075 PRINT AT 10,8;A;AT 10,8;"
     "
1080 PRINT AT 11,0;"NIVEL 1-3"
1090 INPUT B
1092 IF B>3 THEN GOTO 90
1095 PRINT AT 11,8;B;AT 11,8;"
"
1130 LET G = E
1140 LET H = INT (10**B*RND)
1150 IF A>2 THEN LET H = INT (H/(10**
     (B-1))) + 1
1160 LET B$ = STR$ G + "''" + A$(A)+
     "  " + STR$ H
1170 PRINT AT 13,7; B$; " = ";
1180 INPUT I
1190 PRINT AT 13,16; I
1200 IF ABS (VAL B$-I)>0.01 THEN GO-
     TO 1240
1205 LET F = F + 1
1210 PRINT ,,"CORRECTA:PULSE N/L"
1230 GOTO 1250
1240 PRINT ,,"NO CORRECTA:PUL-
     SE N/L"
1250 INPUT I$
1270 PRINT AT 21,0;"PUNTUACION"
```

```
     ;F;''SOBRE''; AT 21,19;3*N
2020 SLOW
2040 LET A$ = '' + - */''
2060 PRINT AT 15,0; ''FUNCION 1 = + ;
     2 = - ; 3 = *; 4 = /''
2070 INPUT A
2072 IF A>4 THEN GOTO 70
2075 PRINT AT 15,8; A; AT 15,9;''
                  ''
2080 PRINT AT 16,0; ''NIVEL 1-3''
2090 INPUT B
2092 IF B>3 THEN GOTO 90
2095 PRINT AT 16,8; B; AT 16,6;''      ''
2130 LET J = I
2140 LET K = INT (10**B*RND)
2150 IF A>2 THEN LET K = INT (K/(10**
     (B-1))) + 1
2160 LET B$ = STR$ J + '''' + A$(A) +
     ''  '' + STR$ K
2170 PRINT AT 18,7; B$; '' = '';
2180 INPUT K
2190 PRINT AT 18,16; K
2200 IF ABS (VAL B$-K)>0.01 THEN GO-
     TO 2240
2205 LET F = F + 1
2210 PRINT ,,''        CORRECTA:PUL-
     SE N/L''
2230 GOTO 2250
2240 PRINT ,,''NO CORRECTA: PULSE
     N/L''
2250 INPUT K$
2255 CLS
2260 NEXT N
2270 PRINT AT 21,0; ''PUNTUACION''
     ;F; ''SOBRE''; AT 21,19; 3*N
2290 RUN
```

NUMEROS PRIMOS (Programas 6, 7 y 8)

NUMERO PRIMO es aquél cuyos únicos divisores son ese mismo número y la UNIDAD (que es el número 1).
Los números primos se estudian en 5° de EGB con motivo de establecer la descomposición de un número entero en sus divisores, preparación previa al estudio del MAXIMO COMUN DIVISOR (MCD) y del MINIMO COMUN MULTIPLO (MCM) que se realiza en cursos posteriores.
El Programa n° 8 obtiene la TABLA de NUMEROS PRIMOS (tabla de Erastóstenes sin los números NO primos tachados) entre dos extremos fijados de antemano.
Para definir un número (w) como PRIMO:
1.- Si el número w es 1 o 2 lo supondremos primo.
2.- Si w>2, dividimos el número w entre 2. Multiplicamos el cociente entero por 2 y vemos si el resultado es igual al número w primitivo.
3.- Si el número obtenido es el mismo número w, ese número NO es primo y pasamos a realizar la misma operación con el siguiente número natural. Si no es igual vamos dividiendo el número w entre los posibles (w/2-4) restantes, aumentados de 1 en 1, conforme al punto 2.
4.- El número máximo de factores restantes es igual a INT (w/2-1).
Para presentar los resultados en forma de Tabla establecemos un contador de números T.
El Programa se desarrolla en FAST para ahorrar tiempo de cálculo, pero la sentencia 550 no es imprescindible.
Los Programas 9 y 10 obtienen la descomposición de un número natural en sus factores primos expresado en productos y potencias de esos factores.
Si bien ambos programas obtienen sus factores primos correctamente, el Programa 10 es asombrosamente rápido.
En caso de desear una representación en pantalla más acorde con el método utilizado por los estudiantes de EGB, por ejemplo:

```
234.356 | 2**2
        | 41
        | 1429
```

(es decir: 234.356 = 2**2*41*1429)

haríamos:

```
20 PRINT AT 5,0; Z; AT 5,8; " |";
210 IF T>1 THEN PRINT TAB 8; " |";
220 PRINT TAB 11; I
270 IF T =0 THEN PRINT AT 5,8; " = NUMERO PRIMO ";
280 IF T>0 AND A<>1 THEN PRINT TAB 8; " |"; TAB 11; A;
```

Unas pequeñas modificaciones en las sentencias anteriores escribirían bajo el número Z las divisiones sucesivas Z/I, Z/A; Z/(I**S), en TAB 0 .
Para escribirlas correctamente de derecha a izquierda conforme a su número de dígitos se ha de complementar este programa con parte del descrito en el n° 20.- Ordenación de números, mediante la utilización del logaritmo neperiano del dividendo.

PROGRAMA NUM. 6

TABLA DE NUMEROS PRIMOS

DESDE M = 100 HASTA N = 500

	173	263	359	457
	179	269	367	461
101	181	271	373	463
103	191	277	379	467
107	193	281	383	479
109	197	283	389	487
113	199	293	397	491
127	211	307	401	499
131	223	311	409	
137	227	313	419	
139	229	317	421	
149	233	331	431	
151	239	337	433	
157	241	347	439	
163	251	349	443	
167	257	353	449	

```
100 PRINT AT 0,4;"TABLA DE NUME-
    ROS PRIMOS"
120 PRINT AT 1,4;"_______(23)_______"
150 LET T=7
170 LET A=0
200 PRINT AT 3,0;"DESDE M="
230 INPUT M
240 PRINT AT 3,9; M;
250 PRINT AT 4,9;"__(4)__"
280 PRINT AT 3,14;"HASTA N="
300 INPUT N
350 PRINT AT 3,23;N
355 PRINT AT 4,23;"__(4)__"
360 PAUSE 200
370 IF M=2 THEN GOTO 500
380 IF M>2 THEN GOTO 550
400 PRINT AT 6,0; 1
500 PRINT AT 7,0; 2
550 FAST
600 FOR W=M TO N
700 LET K=2
1000 IF W=(INT (W/K))*K THEN GOTO
     2000
1100 LET K=K+1
1200 IF K>=W/2 THEN GOTO 1000
1450 LET T=T+1
1480 IF T>21 THEN LET A=A+S
1490 IF T>21 THEN LET T=6
1500 PRINT AT T,R; W
2000 NEXT W
```

PROGRAMA NUM. 7

DESCOMP. EN FACTORES PRIMOS-II

1234 = 2*617
345 = 3*5*23
645 = 3*5*43
13579 = 37*367

```
5 PRINT "DESCOMP. EN FACTORES
PRIMOS-II"
6 PRINT "__________(30)__________"
   7 PRINT
  10 PRINT
  12 INPUT Z
  15 PRINT Z; " = ";
 900 FAST
1000 LET T=0
1005 LET A=Z
1010 FOR I=2 TO Z/2
1020 LET S=0
1030 LET P=Z/I
1040 IF P<>INT P THEN GOTO 1080
1050 LET Z=P
1060 LET S=S+1
1070 GOTO 1030
1080 IF S=0 THEN GOTO 1120
1090 LET T=T+1
1100 IF T>1 THEN PRINT "*";
1102 LET A=A/(I**S)
1110 PRINT I;
1115 IF S>1 THEN PRINT "**"; S;
1125 IF I>A+1 THEN GOTO 1135
1130 NEXT I
1132 IF T=0 THEN PRINT "N. PRIMO";
1135 PRINT
1140 GOTO 10
```

PROGRAMA NUM. 8

PRIMOS-III

123456 = 2**6*3*643
234356 = 2**2*41*1429
876543 = 3*292181
908765 = 5*11*13*31*41

```
  5 REM PRIMOS-III
  6 PRINT AT 0,7;"PRIMOS-III"
  8 PRINT
  9 PRINT
 10 PRINT
 12 INPUT Z
 20 PRINT Z; " =";
 70 FAST
 80 FAST
 90 LET T = 0
100 LET L = 1
110 LET I = 2
120 LET S = 0
130 LET P = Z/I
140 LET A = Z
150 IF  P<>INT  P  THEN  GOTO  190
160 LET Z = P
170 LET S = S + 1
180 GOTO 130
190 IF S = 0 THEN GOTO 240
200 LET T = T + 1
210 IF T>1 THEN PRINT "*";
220 PRINT I;
230 IF S>1 THEN PRINT "**";S;
240 LET I = I + L
250 LET L = 2
260 IF P>= I THEN GOTO 120
270 IF T = 0 THEN PRINT "N. PRIMO";
280 IF T>0 AND A<>1 THEN PRINT "*";
    A;
290 PRINT
300 GOTO 10
```

CAMBIO DE BASE NUMERICA (Programas 9 y 10)

La BASE de NUMERACION de nuestro sistema actual de numeración es DIEZ, teniendo elemento NULO (el cero), elemento UNIDAD y 8 números más. Es decir, utilizamos los números del cero al nueve como elementos básicos de nuestro sistema de numeración. Sin embargo, basta recordar el sistema monetario británico vigente hasta hace una década para darnos cuenta que la base actual es de implantación reciente: poco más de un siglo. Civilizaciones tan importantes como SUMER y el Imperio MAYA utilizaban Bases distintas, y el cero solo se incorporó como otro número más a través de la civilización HINDU y los árabes.
La lógica de los ordenadores electrónicos utiliza la dualidad señal - ausencia de señal dentro de sus circuitos mediante el sistema de Base 2 o BINARIO, que utiliza solo los números 0 y 1.
El lenguaje ENSAMBLADOR utiliza la más sofisticada Base HEXADECIMAL (base 16). Los números utilizados aquí son distintos a los empleados en las Bases del 1 al 10, pues no existen números que se escriban con un solo dígito a partir del 9. Esto se resuelve utilizando las equivalencias: 10 = A, 11 = B, 12 = C, 13 = D, 14 = E, 15 = F, 16 = G, pudiéndose mezclar los símbolos especiales y decimales para expresar un número (p.e. FA 90, 18 C, etc.)
Para obtener el valor DECIMAL de un número (vwxyz) de 5 términos expresados en Base B, basta calcular:

C = v*B**(5-1) + w*B**(5-2) + x*B**(5-3) + y*B**(5-4) + z*B**(5-5)

Así el número en Base 2 = 101011 será el 43 en Base 10, pues:

C = 1*2**(6-1) + 0*2**(6-2) + 1*2**(6-3) + 0*2**(6-4) + 1*2**(6-5) + 1*2**(6-6) = 1*32 +
+ 0 + 1*8 + 0 + 1*2 + 1*1 = 43

Para calcular los N dígitos de un número en Base Z a partir de ese mismo número expresado en Base 10, dividimos el número entre la Base Z tantas veces como sea preciso hasta que el RESTO sea menor que la Base Z. El resultado será un número formado por el último cociente y los restos obtenidos en las divisiones precedentes leidos todos de derecha a izquierda y en este orden.

Por ejemplo: 43 en Base 10 transformado en Base 2.

```
43 |2
03  21 |2
①   ①  10 |2
        ⓪   5 |2
            ①   2 |2
                ⓪   ①
```

Si leemos los dígitos rodeados de un círculo de DERECHA A IZQUIERDA tendremos el número $43_{(10}$ = $101011_{(2}$, notación normalmente utilizada para representar la Base en que se expresa un número.

La Teoría de Bases de Numeración se estudia en 5° Curso de EGB, y en el Curso de Acceso para Mayores de 25 años. El Programa n° 6 puede servir de entrenamiento para dicho estudio.

Los datos que se han de dar son, por este orden:

N = Número de dígitos del número A en Base B.

B = Base de numeración del número A.

Dígitos de que consta el número A, dados de uno en uno y de izquierda a derecha, (sentencias 22 a 100).

Con ésto obtenemos el número A(B en Base Decimal A(10 . A continuación daremos:

Z = Base de numeración en la que queremos expresar el número A(B .

De esta forma obtenemos el número deseado H(Z , (sentencias 149-225).

El programa no termina ahí, quedando abierto a sucesivos cálculos: (sentencias 300-320).

La suma de números en distintas Bases numéricas se desarrolla en el Programa n° 7. Los datos se deben dar de la misma forma que en el Programa anterior, (sentencias 20-100). Para indicarle al ordenador que no queremos sumar más números debemos introducir como nuevo dato ''Número de dígitos del número siguiente'' a sumar un número ≥1000 (sentencia num. 33).

El resto del Programa es idéntico al n° 6, añadiendo las sentencias 106 y 125.

Para obtener la RESTA de dos números en distinta Base se podría hacer:

```
32 FOR Q =1 TO 2 (borrar sentencia 33)
106 LET S =S-C
110 IF S<0 THEN CLS
112 IF S<0 THEN PRINT AT 10,0; ''EL RESULTADO ES UN NUMERO NEGATIVO. DA
    OTRA VEZ LOS DATOS.''
113 IF S<0 THEN GOTO 1
125 NEXT Q
```

teniendo cuidado que el sustraendo sea MENOR que el minuendo, pues de otra forma aparece un mensaje de error.

No hay ningún inconveniente técnico para que el número sea NEGATIVO.

Pero un niño normal de 10 años no concibe esa clase de números pues no los ha estudiado, motivo por el cual aconsejamos lo dicho anteriormente.

La MULTIPLICACION tampoco tiene problemas. Basta añadir al Programa 7:

```
32 FOR  Q =1 TO 2 (borrar sentencia 33)
106 LET S =S<C
125 NEXT Q
```

Para cambiar de Base Hexadecimal a Decimal y viceversa no se desarrolla aquí ningún programa. Puede consultarse el num. 6 (Jul. 1982) de ''El ordenador Personal'' o el Boletín del Club Nacional de Usuarios del ZX-81.

PROGRAMA NUM. 9

CAMBIO DE BASE DE B A Z

N (NUM. DIGITOS DE P) = 6
B (BASE NUM. DE P) = 2
DAR P DE IZQ. A DER. = 101011
C(NUM. EN BASE 10) 43
CAMBIO DE BASE 10 A Z
Z (BASE NUM. DE Q)
DAR Z = 5
EL NUMERO ES = 133
QUIERES OTRO CAMBIO DE BASE ? (S/N)

```
  10 PRINT "CAMBIO DE BASE B A Z"
  15 PRINT "____(20)____"
  20 PRINT AT 3,0;"N(NUM.DIGITOS
     DE P)"
  22 INPUT N
  23 PRINT AT 3,20;" = ";N;
  25 PRINT AT 4,0;"B(BASE NUM.DE
     P)"
  35 INPUT B
  40 PRINT AT 4,20;" = ";B;
  50 LET C = 0
  55 PRINT AT 6,0;"DAR P DE IZQ. A
     DER. ="
  60 FOR I = 1 TO N
  80 INPUT A
  84 PRINT AT 6,21 + I;A
  88 LET C = C*B + A
 100 NEXT I
 110 PRINT AT 8,0;"C(NUM.EN BASE
     10)"
 120 PRINT AT 8,22;C;
 125 PRINT AT 9,22;"____(4)____"
 130 PRINT AT 11,0;"CAMBIO DE BA-
     SE 10 A Z"
 135 PRINT AT 13,0;"Z(BASE NUM.
     DE Q)"
 145 PRINT AT 15,0;"DAR  Z"
 146 INPUT Z
 147 PRINT AT 15,20;" = ";Z;
 148 PRINT
 149 LET N = 0
 150 LET Y = C
 160 LET N = N + 1
 162 LET X = INT (Y/Z)
 170 LET H = Y - (X*Z)
 175 PRINT AT 17,0;"EL NUMERO
     ES =";
 180 PRINT AT 17,30 - (N + 5);H;
 190 LET Y = X
 200 IF Y>= Z THEN GOTO 160
 203 LET N = N + 1
 205 IF Y<Z THEN GOTO 210
 210 PRINT AT 17,30 - (N + 5);Y;
 215 FOR I = 1 TO N
 220 PRINT AT 18,30 - (I + 5);"__(1)__"
 225 NEXT I
 300 PRINT AT 20,0;"QUIERES OTRO
     CAMBIO DE BASE ? (S/N)"
 310 INPUT Q$
 320 IF Q$ = "S" THEN GOTO 1
9970 STOP
9990 SAVE "BASE"
9999 GOTO 1
```

PROGRAMA NUM. 10

CAMBIO DE BASE: SUMA DE NUMEROS
N = (NUM.DIGITOS DE P) = 3
B(BASE NUM.DE P) = 5
DAR P DE IZQ. A DER. = 123
C(NUM.EN BASE 10) = 38
S(NUM.EN BASE 10) = 43

CAMBIO DE BASE: SUMA DE NUMEROS
N = (NUM.DIGITOS DE P) = 11111
B(BASE NUM.DE P) = 4
DAR P DE IZQ.A DER. = 231
C(NUM.EN BASE 10) = 45
S(NUM.EN BASE 10) = 50
CAMBIO DE BASE 10 A Z
Z(BASE NUM.DE Q)
DAR Z = 7
EL NUMERO ES = 11
DESEAS OTRA SUMA? (S/N)

```
 10 PRINT "CAMBIO DE BASE: SUMA
    DE NUMEROS"
 15 LET C = 0
 16 LET S = 0
 20 PRINT AT 2,0;"N = (NUM.DIGITO
    S DE P)"
 22 INPUT N
 23 PRINT AT 2,20;" = ";N;
 25 PRINT AT 3,0;"B(BASE NUM.
    DE P)"
 27 LET C = 0
 32 IF N>= 1000 THEN GOTO 130
```

```
33 PRINT AT 20,0;''PARA FIN SUMAS
   DAR: N>=1000''
35 INPUT B
40 PRINT AT 3,20;'' = '';B;
60 FOR I = 1 TO N
70 PRINT AT 5,0;''DAR P DE IZQ. A
   DER.''
80 INPUT A
82 PRINT AT 5,20;'' = ''
85 PRINT AT 5,21 + I;A
90 LET C = C*B + A
100 NEXT I
102 PRINT AT 6,0;''C(NUM.EN BASE
   10)''
103 PRINT AT 6,20;'' = '';C;
106 LET S = S + C
115 PRINT AT 8,0;''S(NUM.EN BASE
   10)''
120 PRINT AT 8,20;'' = '';S;
125 GOTO 20
130 PRINT AT 10,0;''CAMBIO DE BASE
   10 A Z''
135 PRINT AT 11,0;''Z(BASE NUM.
   DE Q)''
145 PRINT AT 12,0;''DAR Z''
146 INPUT Z
147 PRINT AT 12,20;'' = '';Z;
148 LET N = 0
150 LET Y = S
155 LET N = N + 1
160 LET X = INT (Y/Z)
170 LET H = Y - (X*Z)
175 PRINT AT 15,0;''EL NUMERO
   ES = ''
180 PRINT AT 15,30 - (N + 5);H;
190 LET Y = X
200 IF Y>=Z THEN GOTO 155
205 IF Y<Z THEN GOTO 210
210 PRINT AT 15,30 - (N + 5);Y;
220 FOR I = 1 TO N
230 PRINT AT 16,30 - (I + 5);'' —(1) ''
240 NEXT I
300 PRINT AT 20,0;''DESEAS OTRA
   SUMA ? (S/N)
310 INPUT Q$
320 IF Q$ = ''S'' THEN GOTO 1
```

E ELEVADO A X (Programa 11)

El NUMERO E es, por definición, E = lim (1 + 1/1! + 1/2! + ... + 1/n!) cuando el número n tiende a INFINITO. Su valor es 2.71828 y es una constante, tal como el número PI. El número E es la base de los logaritmos NEPERIANOS y se estudia en BUP.
Para obtener potencias de E podemos hacer uso del comando EXP, mediante:

```
 25 INPUT X
170 LET Z = EXP X
180 PRINT TAB 20; Z
```

y así hallamos el valor de E ELEVADO A X. Pero este subprograma solo lo vamos a utilizar aquí para realizar la comprobación del valor que obtengamos en el Programa principal.
Así, desarrollamos E^X mediante la fórmula de MAC LAURIN (en cuya demostración no entramos):

$$S = E^X = X + X^2/2! + X^3/3! + ... + X^T/T! = \sum_{M=1}^{M=T} X^M/M!$$

siendo el término M! = (1 *2 *3 *........ *M), llamado FACTORIAL de M.
Así 3! = (1 *2 *3) = 6, concepto que se estudia en BUP, y $\sum$ (la letra griega SIGMA mayúscula) es el símbolo que significa SUMA de números.
La fórmula de MAC LAURIN se estudia en 1er. Curso de Facultad y es tanto más exacta cuanto mayor sea el número T de términos de que consta la suma.
Los datos a introducir en el Programa son X (potencia a la que hay que elevar E) y T (número de términos del sumatorio $\sum$, suma que se desarrolla entre las sentencias 80 y 160.
En el ejemplo puede verse que, para E **6 el número de términos debe ser superior a 12, pues la diferencia entre el valor obtenido y su comprobación es grande.
Como regla empírica que relaciona X y T puede emplearse: T = 5 + 2*X. Este desarrollo en serie es básico para otros desarrollos en serie (Sen X, Cos X, etc) cuya utilización es grande en la integración mediante cambio de variable.

PROGRAMA NUM. 11

E ELEVADO A X

DAR VALOR DE X = 6
DAR T (TERMINOS) = 12

M	S	COMPROBA-CION
0	1	
1	7	
2	25	
3	61	
4	115	
5	179.8	
6	244.6	
7	300.14286	
8	341.8	
9	369.57143	
10	386.23429	
11	395.32312	
12	399.86753	433.42579

```
10 PRINT "E ELEVADO A X (DES. EN
   SERIE)"                (14)
15 PRINT "______________________"
20 PRINT AT 3,0; "DAR VALOR DE X"
25 INPUT X
27 PRINT AT 3,20;" = ";X
30 PRINT AT 4,0;"DAR T(TERMINOS)"
35 INPUT T
40 PRINT AT 4,20;" = ";T;
60 LET M =0
70 LET S =1
72 PRINT  AT  6,0;"M";AT  6,7;"S";
   AT 6,20;"COMPROBACION";
                              (3)
73 PRINT(9) AT  7,0;"___";AT(12)7,7;"
_________";AT 7,20;"____________"
74 PRINT
75 PRINT TAB 0;M;TAB 7;S;
80 LET A =1
90 FOR M =1 TO T STEP 1
100 LET A =M *A
120 LET F =(X**M)
130 LET E =F/A
140 LET S =S + E
150 PRINT TAB 0;M;TAB 7;S;
160 NEXT M
170 LET Z =EXP X
180 PRINT TAB 20;Z;
```

SISTEMAS DE 3 ECUACIONES CON 3 INCOGNITAS (NOTACION MATRICIAL)
(Programa 12)

Dado un sistema de 3 ecuaciones lineales:
$Ax + By + Cz = D$
$Ex + Fy + Gz = H$
$Ix + Jy + Kz = L$
Podemos representarlo matricialmente mediante:

$$\begin{vmatrix} A & B & C \\ E & F & G \\ I & J & K \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} X \\ Y \\ Z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} D \\ H \\ L \end{vmatrix}$$

es decir, $P.Q = R$

Mediante CRAMER, la solución del sistema es:

$$X = \frac{\begin{vmatrix} D & B & C \\ H & F & G \\ L & J & K \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A & B & C \\ E & F & G \\ I & J & K \end{vmatrix} = P} \qquad Y = \frac{\begin{vmatrix} A & D & C \\ E & H & G \\ I & L & K \end{vmatrix}}{P} \qquad Z = \frac{\begin{vmatrix} A & B & D \\ E & F & H \\ I & J & L \end{vmatrix}}{P}$$

Los determinantes (las operaciones que están situadas entre barras) se resuelven por la Regla de SARRUS. Por ejemplo, el determinante de $P = |P|$
$P = (D.B.K + H.J.C + L.B.G) - (C.F.L + H.B.K + J.G.D)$
Los coeficientes se han de introducir tal y como se describen en las ecuaciones, es decir, primero se dan los coeficientes de la 1.ª y luego el término independiente (D), después la 2ª ecuación, etc.
Una vez introducidos los datos los resultados del sistema aparecen casi instantáneamente.

PROGRAMA NUM. 12

SISTEMA DE 3 ECUAC./3 INCOGNITAS

NOTACION MATRICIAL

```
|2   3  4|   |X|   |7|
|-3  0  0| x |Y| = |0|
|0   0  0|   |Z|   |0|
```

DAR J(6)

SISTEMA DE 3 ECUAC./3 INCOGNITAS

NOTACION MATRICIAL

```
|2   3  4|   |X|   |7|
|-3  2  3| x |Y| = |5|
|6   1  9|   |Z|   |7|
```

RESULTADO

X = = −.028571429
Y = =1.5142857
Z = =0.62857143

```
  10 PRINT "SISTEMA DE 3 ECUAC./
     3 INCOGNITAS"
  20 PRINT
  30 PRINT AT 2,0;"NOTACION MA-
     TRICIAL"
  35 PRINT AT 3,0;"_____________(18)_____________
     ______"
  40 GOSUB 2000
  50 DIM F$(12,1)
  60 DIM J(12)
 100 FOR J=1 TO 12
 105 PRINT AT 18,0;"D/   J(";J;")";
 110 INPUT J(J)
 112 LET A=J(1)
 114 LET B=J(2)
 116 LET C=J(3)
 118 LET D=J(4)
 120 LET E=J(5)
 122 LET F=J(6)
 124 LET G=J(7)
 126 LET H=J(8)
 128 LET I=J(9)
 130 LET M=J(10)
 132 LET K=J(11)
 134 LET L=J(12)
 140 GOSUB 1000
 150 NEXT J
 155 PRINT AT 18,0;"        (31)
     "
 157 PAUSE 100
 158 FAST
 180 GOSUB 3000
 190 PRINT AT 18,0;"RESULTADO";
 195 PRINT AT 19,0;"______(9)______"
 200 PRINT AT 16,12;"X=";"=";X;
 210 PRINT AT 18,12;"Y=";"=";Y;
 230 PRINT AT 20,12;"Z=";"=";Z;
1010 PRINT AT 8,4;A;AT 8,8;B;AT 8,12;
     C;AT 8,19;"X";AT 8,27;D
1020 PRINT AT 10,4;E;AT 10,8;F; AT
     10,12;G;AT 10,19;"Y";AT 10,27;H
1030 PRINT AT 12,4;I;AT 12,8;M; AT
12,12;K;AT 12,19;"Z";AT 12,27;L
1050 RETURN
2000 FOR I=1 TO 3
2030 PRINT AT 2*I+6,2;"█";AT 2*I
     +6,14;"█";AT 2*I+6,17;"█";AT
     2*I+6,21;"█";AT 2*I+6,25;"█";
     AT 2*I+6,29;"█";
2035 PRINT AT 2*I+7,2;"█";AT 2*I
     +7, 14 ;"█";AT 2* I + 7 ; 17 ;
     "█";AT 2*I+7,21;"█";AT 2*I
     +7,25;"█"AT 2*I+7,29;"█";
2040 PRINT AT 13,0;"        (32)
     "
2050 PRINT AT 10,16;"X";AT 10,23;
     "=";
2100 NEXT I
2150 RETURN
3000 LET AA=(D*F*K+L*B*G+H*M*
     C)-(C*F*L+K*H*B+M*G*D)
3100 LET BB=(A*H*K+I*D*G+E*L*C)
     -(C*H*I+E*D*K+L*G*A)
3200 LET DD=(A*F*K+I*B*G+E*M*
     C)-(I*F*C+K*E*B+M*G*A)
3300 LET X=AA/DD
3400 LET Y=BB/DD
3500 LET Z=(D-(A*X+B*Y))/C
3600 RETURN
```

ECUACION DE TERCER GRADO (Programas 13 y 14)

Se presentan dos programas: el primero obtiene raíces reales de un polinomio de 3er. Grado mediante el método de NEWTON.
Para ello se deben dar los coeficientes A, B, C, y D de la ecuación, el error admisible J (que se supone 1E-6 en el ejemplo), el extremo INFERIOR del intervalo E y el incremento F con el que se va aumentando la variable para obtener las raíces.
Este programa obtiene solo la primera de las raíces que encuentra.
Para conocer el límite inferior que se ha de dar al ordenador en la siguiente pasada el programa obtiene el extremo SUPERIOR hasta el cual ha calculado incrementos de la variable en esa pasada.(Es decir: el límite superior de una pasada es el límite inferior de la siguiente).
El segundo Programa obtiene las raíces REALES de la ecuación (indicando si son triples, dobles o reales) y las imaginarias (distinguiendo entre la parte real y la imaginaria).

PROGRAMA NUM. 13

```
ECUACION DE TERCER GRADO

COEFICIENTES
Y =1 X3 – 5 X2 + 3X + –10
ERROR ADM : 1E– 6
EXTREMO INTERVALO
INFERIOR : E
INCREMENTO : 0.1
                    EXT SUP  = 5.005
RAIZ 1  =  4.80859
```

```
10 REM ECUACION DE TERCER GRADO
11 LET W = 1
12 PRINT "ECUACION DE TERCER GRADO"
13 FAST
14 PRINT AT 4,0;"COEFICIENTES"
16 PRINT AT 6,0;"Y = A X3 + B X2 + CX + D"
20 INPUT A
25 IF A>=0 THEN PRINT AT 6,3;A
26 IF A<0 THEN PRINT AT 6,2;B
28 INPUT B
35 IF B>=0 THEN PRINT AT 6,9;B
36 IF B<0 THEN PRINT AT 6,7;B;" ";
40 INPUT C
44 IF C>=0 THEN PRINT AT 6,15;C
45 IF C>0 THEN PRINT AT 6,13;C;" ";
46 INPUT D
47 PRINT AT 6,20;D
48 PRINT AT 10,0;"EXTREMO INTERVALO"
49 PRINT AT 8,0;"ERROR ADM: J"
50 LET J = 1E – 6
52 PRINT AT 8,13;J
58 PRINT AT 12,13;"          "
59 PRINT AT 12,0;"INFERIOR : E"
60 INPUT E
62 PRINT AT 12,13;E
65 PRINT AT 14,0;"INCREMENTO:F"
70 LET F = .1
72 PRINT AT 14,13;F
80 PAUSE 50
90 LET G = E
110 LET I = A*(E*E*E) + B*(E*E) + C*(E) + D
100 LET X = 2
120 LET E = E + F
130 LET X = X – 1
140 IF X = 0 THEN GOTO 170
150 LET H = I
160 GOTO 110
170 LET I = (I – H)/F
180 LET H = G – H/I
190 IF ABS (H – G)<J THEN GOTO 220
200 LET E = H
207 REM PAUSE 100
```

```
 210 GOTO 90
 223 PRINT AT 15+2+W,0;"RAIZ ";W;
     " =";INT (10**5*G)/10**5
 224 PRINT AT 15+2*W,17;"EXT SUP
     =";INT (10**3*E)/10**3
 225 PAUSE 200
 227 LET W=W+1
 230 GOTO 58
9000 STOP
9960 PRINT (256*PEEK 16405+PEEK
     16404-16384)/1024
9982 PAUSE 200
9984 CLS
9986 GOTO 10
9990 SAVE "TERCER"
9999 GOTO 10
```

PROGRAMA NUM. 14

```
RAICES DE LA ECUACION DE GRADO 3
A(1)*X**3+A(2)*X**2+A(3)*X+A(4)=
0

A(1)=1
A(2)=3
A(3)=3
A(4)=1
  SOLUCION
RAIZ TRIPLE = -1

RAICES DE LA ECUACION DE GRADO 3
A(1)*X**3+A(2)*X**2+A(3)*X+A(4)=
0

A(1)=1
A(2)=3
A(3)=-6
A(4)=-1
SOLUCION
RAICES REALES = 1.4870507 /-4.33
18103 /-0.15524041

RAICES DE LA ECUACION DE GRADO 3

A(1)*X**3+A(2)*X**2+A(3)*X+A(4)=
0

A(1)=1
A(2)=3
A(3)=5
A(4)=-8
SOLUCION
RAIZ REAL=0.92627032
PARTE REAL= -1.9631352
PARTE IMAGINARIA=2.1869815

RAICES DE LA ECUACION DE GRADO 3

A(1)*X**3+A(2)*X**2+A(3)*X+A(4)=
0

A(1)=1
A(2)=6
A(3)=9
A(4)=4
SOLUCION
RAIZ REAL= -4
RAIZ DOBLE= -1
```

```
  1 PRINT AT 0,0;"RAICES DE LA
    ECUACION DE GRADO 3"
  2 PRINT
  3 PRINT "A(1)*X**3+A(2)*X**2+
    A(3)*X+A(4)=0"
  4 PRINT
  5 DIM A(4)
  7 FOR I=1 TO 4
  8 PRINT "A(";I;")=";
  9 INPUT A(I)
 10 PRINT A(I)
 11 PRINT
 12 LET A(I)=A(I)/A(1)
 14 NEXT I
 15 PRINT "SOLUCION"
 16 PRINT
 18 LET F=A(2)
 20 LET G=A(3)
 26 LET H=A(4)
 40 LET F=F/3
 50 LET D=G/3-F*F
 60 LET E=H-F*G+2*F*F*F
 70 LET C=4*D*D*D+E*E
 80 IF 1E-8>ABS C THEN GOTO 270
 90 IF C>0 THEN GOTO 200
100 LET A=2*SQR (-D)
110 LET B=ACS (E/(2*D*SQR (-D)))/3
120 LET D=ASN 1
122 LET E=ASN .5
130 LET G=A*SIN (D-B)
132 LET H= -A*SIN (E+B)
140 LET I= -A*SIN (E-B)
150 PRINT "RAICES REALES = ";G-
```

```
   F;'' / '';H – F;'' /'';I – F
190 GOTO 330
200 LET C =SQR C
202 LET A =.5*(C – E)
204 LET B = – .5*(C + E)
206 LET C =1/3
210 LET A =ABS A**C*SGN A
220 LET B =ABS B**C*SGN B
222 LET C =.5*SQR 3
230 PRINT ''RAIZ REAL = '';A + B – F
235 PRINT
240 PRINT ''PARTE REAL = ''; – .5*(A +
   B) – F
245 PRINT
250 PRINT ''PARTE IMAGINARIA = '';C
   *ABS (A – B)
255 PRINT
260 GOTO 330
270 IF 1E – 8>ABS D THEN GOTO 320
280 LET A = – ABS (.5*E)**(1/3)*SGN E
290 PRINT ''RAIZ REAL = '';2*A – F
295 PRINT
300 PRINT ''RAIZ DOBLE = ''; – A – F
305 PRINT
310 GOTO 330
320 PRINT ''RAIZ TRIPLE = ''; – F
322 PAUSE 250
325 CLS
330 GOTO 1
```

RAICES DE UNA FUNCION (Programa 15)

Mediante este Programa obtenemos las raíces REALES de algunas (bastantes) funciones. Una FUNCION, para que pueda ser resuelta por este programa, ha de ser definida previamente por el usuario en la SUB 3000, lo que es debido a que el ZX-81 no dispone del comando DEF para definirla.
El programa solo obtiene las raíces de las funciones POLINOMICAS con coeficientes REALES y exponentes RACIONALES (p.e. $-2\sqrt{x^5}\ 5\sqrt{x}$) o NO ALGEBRAICAS (p.e. SIN 3x - - TAN 5x).
Los datos que se han de introducir en el ordenador son:
N = Número de raíces a obtener.
AA = Límite inferior del intervalo dentro del cual obtenemos raíces.
BB = Límite superior del intervalo dentro del cual obtenemos raíces.
RR = ERROR permitido (exactitud con la que obtenemos las raíces).
MB = Número de bisecciones (concepto sobre el que entraremos después).
DE = Incremento de x a considerar dentro del intervalo (BB-AA).
A, B, C, D, E, etc. son los coeficientes de la función definida en la SUB 3000.
En uno de los programas definimos un polinomio de 4° grado tipo

$$G = Ax^4-Bx^3-Cx^2-Dx-E$$

y la función NO algebraica

$$G = \text{SIN } x - \text{COS } x/(1-x^2)$$

En el otro definimos un polinomio de 6° grado (como primera opción)

$$F = Rx^6-Sx^5-Ax^4-Bx^3-Cx^2-Dx-E$$

El programa toma como límites del intervalo AA y (AA-DE) y realiza el cálculo de la ordenada de la función (G o F) en MB mini-intervalos (o BISECCIONES) dentro de dichos extremos.
Cuando G (o F) son de diferente signo en dos bisecciones consecutivas se supone que existe una RAIZ de la función entre ambas y escribe el valor de dicha raíz y el error con el que ésta se ha calculado.
El programa se detiene cuando:
a.- Se han calculado raíces en un número igual al dado al principio como dato (N).

b.- Cuando ha llegado al límite superior del intervalo (BB) y no ha encontrado más raíces.
El número de raíces encontradas puede ser N o menor que N, pero también puede ser 0.
Si es N esto significa que TODAS las raíces de la ecuación definida son REALES y el intervalo de cálculo lo hemos definido con precisión.
Si es menor que N puede ser porque algunas de las raíces sean IMAGINARIAS (de la forma $A-B\sqrt{-1} = A-Bi$, y siempre apareciendo por parejas), o porque no hemos acertado al definir los extremos del intervalo estudiado. En este segundo cabe solucionarlo mediante una extensión de dicho intervalo hacia la derecha, la izquierda o a ambos lados.
A continuación se presentan algunas posibilidades del programa mediante 3 cálculos polinómicos y uno no algebraico.

PROGRAMA NUM. 15-A

```
RAICES DE UNA FUNCION
NUMERO DE RAICES =3
LIMITE INFERIOR = -5
LIMITE SUPERIOR =15
NUM. BISECCIONES =15
ERROR PERMITIDO =1E-6
INCREM. INTERVAL =0.1

RAICES DE UNA FUNCION
OPCIONES:
A.- FUNCION POLINOMICA
B.- FUNC. NO ALGEBRAICA

RAICES DE UNA FUNCION
F(X) =(0)*X4+(1)*X3+(9)*X2+(-15)*
X+(-60)
VALORES:
    A =0
    B =1
    C =9
    D = -16
    E = -60

CALCULO DE RAICES DE POLINOMIOS
F(X) =(0)*X4+(1)*X3+(9)*X2+(-16)*
X+(-60)
RAIZ                EXACTITUD
-1.9999985          3.0519441E-6
3.0000015           3.0519441E-6

RAICES DE UNA FUNCION
NUMERO DE RAICES =4
LIMITE INFERIOR = -10
LIMITE SUPERIOR =15
NUM. BISECCIONES =15
ERROR PERMITIDO =1E-6
INCREM. INTERVAL =0.1

RAICES DE UNA FUNCION
OPCIONES:
A.- FUNCION POLINOMICA
B.- FUNC. NO ALGEBRAICA

RAICES DE UNA FUNCION
F(X) =(1)*X4+(-6)*X3+(-51)*X2+(80
)*X+(300)
VALORES:
    A =1
    B = -6
    C = -51
    D =80
    E =300

CALCULO DE RAICES DE POLINOMIOS
F(X) =(1)*X4(-6)*X3+(-51)*X2+(80)
*X+(300)
RAIZ                EXACTITUD
-5.0000015          3.0510128E-6
-2.0000015          3.0510128E-6
2.9999985           3.0510128E-6
9.9999985           3.0510128E-6

RAICES DE UNA FUNCION
NUMERO DE RAICES =4
LIMITE INFERIOR =0
LIMITE SUPERIOR =10
NUM. BISECCIONES =15
ERROR PERMITIDO =1E-6
INCREM. INTERVAL =0.1

RAICES DE UNA FUNCION
OPCIONES:
A.- FUNCION POLINOMICA
B.- FUNC. NO ALGEBRAICA

RAICES DE FUNCION NO ALGEBRAICA
FUNCION =SIN  X-COS  X/(1+  X*X)
RAIZ                EXACTITUD

0.62389984          1E-6
3.228894            .00009765476
6.3077026           .00009765476
9.4358887           .00009765476
```

```
  1 REM "RAIZ"
  4 FAST
  5 PRINT "RAICES DE UNA FUN-
    CION"
 10 PRINT AT 2,0;"NUMERO DE RAI-
    CES ="
 20 INPUT N
 30 PRINT AT 2,20;N
 70 PRINT AT 4,0;"LIMITE INFERIOR
    =";
 80 INPUT AA
 90 PRINT AT 4,20;AA
100 PRINT AT 6,0;"LIMITE SUPERIOR
    =";
110 INPUT BB
120 PRINT AT 6,20;BB
```

```
125 GOSUB 2000
130 PRINT AT 8,0;"NUM. BISECCIO-
    NES = ";
140 LET MB = 15
150 PRINT AT 8,20;MB
160 PRINT AT 10,0;"ERROR PERMITI-
    DO = ";
190 LET RR = 1E-6
200 PRINT AT 10,20;RR
202 PRINT AT 12,0;"INCREM. INTER-
    VAL = ";
204 LET DE = .1
206 PRINT AT 12,20;DE
210 PAUSE 200
220 CLS
222 GOTO 2500
225 PRINT "RAICES DE UNA FUN-
    CION"
230 PRINT AT 2,0;"F = (A)*X4 + (B)*X3
    + (C)*X2 + (D)*X + (E)"
240 PRINT AT 6,0;"VALORES A = ";
250 INPUT A
260 PRINT AT 6,12;A
270 PRINT AT 8,8;"B = ";
280 INPUT B
290 PRINT AT 8,12;B
300 PRINT AT 10,8;"C = ";
310 INPUT C
320 PRINT AT 10,12;C
330 PRINT AT 12,8;"D = ";
340 INPUT D
350 PRINT AT 12,12;D
352 PRINT AT 14,8;"E = ";
354 INPUT E
355 PRINT AT 14,12;E
356 PAUSE 100
360 PRINT AT 2,0;"F(X) = (";A;")*X4
    + (";B;")*X3 + (";C;")*X2 + (";D;
    ")*X + (";E;")"
380 PAUSE 200
390 CLS
392 REM COMIENZA SUB
395 LET N = 0
397 REM VAL FUNCIONAL LIM IZQ
400 LET X = AA
410 REM BUSCANDO NUEVA RAIZ
420 LET N = N + 1
425 IF W$ = "A" THEN GOSUB 3000
426 IF W$ = "B" THEN GOSUB 3500
430 LET Y = G
445 LET F = Y
449 REM AVANCE AL NUEVO INTER-
    VALO BUSCANDO
450 LET AA = AA + DE
454 IF AA>BB AND W$ = "B" THEN
    GOSUB 5400
455 IF AA>BB THEN STOP
460 LET X = AA
465 IF W$ = "A" THEN GOSUB 3000
466 IF W$ = "B" THEN GOSUB 3500
470 LET Y = G
490 LET PROD = F*Y
491 LET T = ABS Y - RR
492 REM IF N AND T<=0 THEN GO-
    SUB 4400
495 REM SI PROD>0 BUSCA NUEVO
    INTERVALO
500 IF PROD>0 THEN GOTO 445
505 REM SI PROD 0>BUSCA NUEVA
    RAIZ
510 IF PROD>0 THEN GOTO 510
520 IF ABS F<>0 THEN GOTO 550
525 REM SE HA ENCONTRADO UNA
    NUEVA RAIZ
530 LET X = AA-DE
540 LET Y = F
550 LET R(N) = X
560 LET F(N) = Y
570 LET AA = AA + DE
580 LET SIZE = 1E-12
590 LET E(N) = SIZE
595 REM BUSCA EN SIGUIENTE IN-
    TERV. RAICES RESTANTES
600 GOTO 400
605 REM LA RAIZ HA SIDO ACOTADA
607 REM SE OBTIENEN PTO MEDIO Y
    VALOR FUNCIONAL
610 LET LEFT = AA-DE
660 LET RIGHT = AA
665 REM W = NUM. DE ITERACIONES
670 LET W = 0
680 LET X = (LEFT + RIGHT)/2
690 IF W$ = "A" THEN GOSUB 3000
695 IF W$ = "B" THEN GOSUB 3500
700 LET Y = G
710 LET W = W + 1
715 REM COMPROB. NUM. MAX.
    ITERACIONES
720 IF W>MB THEN GOTO 1030
725 REM COMPROBANDO SI EL E
    RROR DE TOL SE HA SATISFECHO
740 REM IF ABS (Y)<RR*M(1,X) THEN
```

```
GOTO 870
750 IF ABS (Y)<RR*X THEN GOTO 940
770 REM SI PROD>0 SE BUSCA EL SI-
    GUIENTE INTERV.
785 LET PROD = F*Y

820 IF PROD<=0 THEN GOTO 870
840 LET LEFT = X
850 GOTO 880
860 REM COMP. SI LA RAIZ HA SIDO
    ENCONTRADA
870 IF PROD = 0 THEN GOTO 940
880 REM BUSCANDO A LA IZQ. DEL
    INTERV.
890 LET RIGHT = X
900 GOTO 680
930 REM SE HA ENCONTRADO LA
    RAIZ
940 LET R(N) = X
950 LET F(N) = Y
960 LET SIZE = RIGHT-LEFT
970 LET E(N) = SIZE
980 GOTO 400
1020 REM "MAX. DE BISECCIONES
     ALCANZADO EN RAIZ";N
1030 IF W$ = "A" THEN GOSUB 4400
1032 IF W$ = "B" THEN GOSUB 5400
1035 REM PRINT "MAX. DE BISEC-
     CIONES ALCANZADO EN RAIZ";N
1040 REM PRINT "ENTRE";LEFT;"Y";
     RIGHT
1050 REM PRINT "F(X) = ";Y
1060 LET SIZE = RIGHT-LEFT
1070 REM PRINT "EXACTITUD = ";SI-
     ZE
1080 REM PRINT "VALOR DE R(X) CO-
     MO APROX A X";
1090 LET R(N) = (LEFT + RIGHT)/2
1100 LET F(N) = Y
1120 LET E(N) = SIZE
1125 REM BUSCANDO EN LOS SI-
     GUIENTES INT. LAS RAICES RES-
     TANTES
1130 GOTO 400
1200 STOP
2040 DIM R(100)
2050 DIM D(100)
2060 DIM E(100)
2100 RETURN
2505 PRINT "RAICES DE UNA FUN-
     CION"
2520 PRINT AT 2,0; "OPCIONES:"
2530 PRINT AT 3,0; "__________:"
2540 PRINT AT 5,9;"A.-FUNCION PO-
     LINOMICA"
2550 PRINT AT 7,9; "B.- FUNC NO AL-
     GEBRAICA"
2600 INPUT W$
2625 PAUSE 50
2630 CLS
2660 IF W$ = "A" THEN GOTO 325
2670 IF W$ = "B" THEN GOTO 395
3000 REM
3003 LET Z = X*X
3005 LET G = A*(Z + Z) + B*(Z*X) + C*(Z)
     + D*(X) + E
3040 RETURN
3500 REM
3510 LET G = SIN (X) - COS (X) / (1 + X*
     X)
3520 RETURN
4400 REM
4410 PRINT AT 0,0; "CALCULO DE
     RAICES DE POLINOMIOS"
4420 PRINT AT 2,0; "F(X) = (";A; *
     X4 + (";B;") *X3 + (";C;") *X2 + (";
     D;") *X + (";E;")"
4442 PRINT AT 5,0; "RAIZ"; AT 5,15;
     "EXACTITUD"
4443 PRINT AT 6,0;"_____(12)_____";A
     T 6,15;"_____(13)_____"
4448 PRINT AT 2*N + 7,0;X;
4449 PRINT AT 2*N + 7,15;SIZE
4500 PAUSE 400
4600 RETURN
5400 REM
5405 PRINT AT 0,0;"RAICES DE FUN-
     CION NO ALGEBRAICA"
5407 PRINT AT 2,0;"FUNCION";
5410 PRINT AT 2,8"G = SIN X-COS X / (1
     + X*X)"
5420 PRINT AT 2,0;"FUNCION = ";
5442 PRINT AT 5,0;"RAIZ";AT 5,15;
     "EXACTITUD"
5443 PRINT AT 6.0;"_____(12)_____";A
     T 6,15;"_____(13)_____"
5460 GOSUB 8000
5500 PAUSE 400
5600 RETURN
8000 REM
8010 FOR I = 1 TO N
8020 PRINT AT 2*I + 7,0;R(I)
```

```
8025 IF I >1 THEN PRINT AT 2*I + 7,15;
     SIZE
8027 IF I = 1 THEN PRINT AT 2*I + 7,15;
     RR
8030 NEXT I
8050 RETURN
9970 STOP
9980 PRINT (256*PEEK 16405 + PEEK
     16404 – 16389)/1024
9982 PAUSE 100
9984 CLS
9986 GOTO 1
9990 SAVE "RAIZ"
9999 GOTO 1
```

PROGRAMA NUM. 15-B

```
RAICES DE UNA FUNCION
NUMERO DE RAICES = 6
LIMITE INFERIOR = -50
LIMITE SUPERIOR = 50
NUM. BISECCIONES = 12
ERROR PERMITIDO = 1E-6
INCREM. INTERVAL = 0.1

RAICES DE UNA FUNCION
F = (R) *X6 + (S) *X5 + (A) *X4 + (B) *X3 +
   (C) *X2 + (D) *X + (E)
VALORES
      R = 1
      S = -20
      A = -30
      B = 20
      C = 0
      D = -1
      E = 200

RAICES DE UNA FUNCION
F(X) = (1)X6 + ( - 20)X5 + ( - 30) *X4 +
      (20) *X3 + (0) *X2 + ( - 1) *X + (200)
VALORES
      R = 1
      S = -20
      A = -30
      B = 20
      C = 0
      D = -1
      E = 200

CALCULO DE RAICES DE POLINOMIOS
F(X) = (-30) *X4 + (20) *X3 + (0) *X2 + (-1)
*X + (200)
RAIZ                    EXACTITUD
1.4622429                .000024414156
21.360583                .000024415553
```

```
225  PRINT ''RAICES DE UNA FUN-
     CION''
230 PRINT AT 2,0;''F = (R) *X6 + (S) *
     X5 + (A) *X4 + (B) *X3 + (C) *X2 + (D)
     *X + (E)''
240 PRINT AT 6,0;''VALORES R = '';
241 INPUT R
242 PRINT AT 6,12;R
243 PRINT AT 8,8;''S = '';
244 INPUT S
245 PRINT AT 8,12;S
247 PRINT AT 10,8;''A = '';
250 INPUT A
260 PRINT AT 10,12;A
270 PRINT AT 12,8;''B = '';
280 INPUT B
290 PRINT AT 12,12;B
300 PRINT AT 14,8;''C = '';
310 INPUT C
320 PRINT AT 14,12;C
330 PRINT AT 16,8;''D = '';
340 INPUT D
350 PRINT AT 16,12;D
352 PRINT AT 18,8;''E = '';
354 INPUT E
355 PRINT AT 18,12;E
356 PAUSE 100
360 PRINT AT 2,0;''F(X) = ('';R;'') X
     6 + ('';S;'')X5 + ('';A;'') *X4 +
     ('';B;'') *X3 + ('';C;'') *X2 + ('';D;'') *
     X + ('';E;'')''
380 PAUSE 200
390 CLS

3000  REM
3003 LET Z = X *X
3005 LET G = R *(Z *Z *Z) + S *(Z *Z *X) + A
     *(Z *Z) + B *(Z *X) + C *(Z) + D *(X)
     + E
3040 RETURN
4400 REM
4410 PRINT AT 0,0; ''CALCULO DE
     RAICES DE POLINOMIOS''
4420 PRINT AT 2,0;''F(X) = ('';A;'') *
     X4 + ('';B;'') *X3 + ('';C;'') *X2 +
     ('';D;'') *X + ('';E;'')''
4442 PRINT AT 5,0; ''RAIZ''; AT 5,13;
     ''EXACTITUD''
4443 PRINT AT 6,0;''                ''; A
     T 6,13;''              '';
4448 PRINT AT 2 *N + 7,0;X;
4450 PRINT AT 2 *N + 7,13;SIZE;
4500 PAUSE 400
4600 RETURN
9970 STOP
```

MATRICES ESPECIALES (Programa 16)

El ZX-81 no posee comandos de la forma MAT, por lo que el usuario ha de solventar el problema mediante subprogramas específicos para cada uno de los casos.
A continuación se presentan algunas de las matrices sencillas de uso más frecuente.

MAT ZERO

```
(Dar M y N) DIM A(M,N)
FOR I =1 TO M
FOR J =1 TO N
LET A(I,J) =Ø
NEXT I,J
Determinante  =Ø
```

MATRIZ DIAGONALIZADA

```
DIM A(M,N)
FOR I =1 TO M
FOR J =1 TO N
LET A(I,J) =Ø
NEXT I
Si es una matriz diagonal de RAICES B(I)
DIM B(I)
FOR I =1 TO M
LET A(I,I) =B(I)
NEXT I
```

MATRIZ UNIDAD

```
FOR I =1 TO M
LET A(I,I) =1
NEXT I
```

IDENTIDAD DE MATRICES (de la misma dimensión)

```
DIM C(M,N)
FOR I =1 TO M
FOR J =1 TO N
LET C(I,J) =A(I,J)  Valores obtenidos anteriormente.
NEXT J,I
```

FRACCIONAMIENTO DE CADENAS (Programa 17)

Como se indica en el mismo programa, el fraccionamiento de cadenas numéricas puede ahorrar variables en programas largos en los que la capacidad de la máquina sea suficiente pero se nos agoten las variables disponibles (desde A(I) hasta Z(I)).
El problema puede parecer nimio, pero es fundamental cuando nos movemos en problemas matemáticos (matrices, sistemas de ecuaciones), estadísticos o económicos (asignación de recursos) donde es necesario utilizar variables distintas en cada iteración para recordar los valores numéricos anteriores.
El fraccionamiento de cadenas que aquí se expone es solo una de las posibles alternativas a utilizar en estos casos, pero también la más económica. A veces, si hemos estimado mal al principio del programa las dimensiones de la cadena a fraccionar podemos encontrarnos con un desaguisado, motivo por el cual pueden utilizarse alternativamente cadenas de varias dimensiones (lo que supone una menor capacidad de memoria).
Así, la suma de matrices de dimensión M, N que se desarrolla en el ejemplo mediante DIM A(3*M,N), podría plantearse como DIM A(M,N,3) utilizando las matrices A(M,N,1) y A(M,N,2) como sumandos y A(M,N,3) como matriz suma.

PROGRAMA NUM. 17

```
FRACCIONAMIENTO DE CADENAS
2 DIM

ESTE PROGRAMA TRATA DE REALIZAR SUMA Y RESTA DE MATRICES
UTILIZANDO UNA UNICA DIM
COMO EN EL ZX-81 LAS DIM SOLO PUEDEN UTILIZAR UNA LETRA
ESTO ES MUY UTIL EN PROGRAMAS CON MULTIPLES VARIABLES, EN LOS
QUE ESTAS SE AGOTAN RAPIDAMENTE

OPERACIONES CON MATRICES

NUM. FILAS = 3
                    OPCION = +
NUM. COLUM. = 2

| 2   3 |     | 2   4 |     | 4   7 |
| 5   6 |     | 9   0 |     | 14  6 |
| 8   9 |  +  | 1   3 |  =  | 9   12|
```

```
10 GOSUB 2000
11 FAST
12 PRINT AT 0,0;"OPERACIONES MATRICES"
15 PRINT AT 2,0;"NUM. FILAS = ";
20 INPUT M
22 PRINT AT 2,13;M
25 PRINT AT 4,0 "NUM. COLUM. = ";
30 INPUT N
32 PRINT AT 4,13;N
36 PRINT AT 3,18;"OPCION = ";
38 INPUT W$
40 IF W$ = "+"THEN PRINT AT 10,9;
   "+"
41 IF W$ = "+" THEN PRINT AT 5,27
   ;"+"
42 IF W$ = "-" THEN PRINT AT 10,
   9;"-"
43  IF W$ = "-" THEN PRINT AT
   3,27;"-"
50 DIM A(3*M,N)
60 FOR I = 1 TO M
70 FOR J = 1 TO N
80 INPUT A(I,J)
90 PRINT AT I + 7,3*J;A(I,J)
95 PRINT AT I + 7,1;" ▌ ";AT I + 7,N
   *3 + 2;" ▌ "
97 IF<I M THEN PRINT AT I + 8,1;
   " ▌ ";AT I + 8,N *3 + 2;" ▌ "
100 NEXT J
110 NEXT I
160 FOR K = M + 1 TO M + M
170 FOR L = 1 TO N
```

```
180 INPUT A(K,L)
190 PRINT AT K+7-M,3*L+8+N;
    <A (K,L)
195 PRINT AT K+7-M,11;" ▌ ";AT
    K+7-M,N*6+6;" ▌ "
197 IF I M THEN PRINT AT K+8 -M,
    11;" ▌ ";AT K+8-M,N*6+6;" ▌ "
200 NEXT L
210 NEXT K
220 PRINT AT 10,19;" = "
260 FOR I=1 TO M
270 FOR J=1 TO N
280 IF W$=" + " THEN LET A(I,J)=A
    (I,J)+A(I+M,J)
282 IF W$=" - " THEN LET A (I,J)=A
    (I,J)-A(I+M,J)
284 IF W$="*" THEN LET A (I,J)=A
    (I,J)*A(I+M,J)
290 PRINT AT I+7,4*J+19;A(I,J)
295 PRINT AT I+7,21;" ▌ ";AT I+7,
    N*6+19;" ▌ "
297 IF I<M THEN PRINT AT I+8,21;
    " ▌ ";AT I+7,N*6+19;" ▌ "
300 NEXT J
310 NEXT I
320 PAUSE 2000
330 CLS
340 GOTO 1
2000 REM
2010 PRINT "FRACCIONAMIENTO DE
     CADENAS 2 DIM"
2015 PRINT TAB 27;"          "
2020 PRINT AT 5,0;"ESTE PROGRAMA
     TRATA DE REALIZAR SUMA Y
     RESTA DE MATRICES UTILIZAN-
     DO UNA UNICA DIM"
2022 PRINT
2024 PRINT "COMO EN EL ZX-81 LAS
     DIM SOLO PUEDEN UTILIZAR
     UNA LETRA"
2030 PRINT "ESTO ES MUY UTIL EN
     PROGRAMAS CON MULTIPLES
     VARIABLES, EN LOS QUE ESTAS
     SE AGOTAN RAPIDAMENTE"
2032 PAUSE 500
2034 CLS
2036 RETURN
9980 PRINT (256*PEEK 16405+PEEK
     16404-16384)/1024
9982 PAUSE 200
9984 CLS
9986 GOTO 1
9990 SAVE "DIV"
9999 GOTO 1
```

PRODUCTO DE MATRICES (Programa ''PRO'', número 18)

Si tenemos una matriz A de dimensiones I,K (filas, columnas) y otra B de dimensiones K,J (filas, columnas) cada elemento de la matriz PRODUCTO C, de dimensiones I,J se obtiene mediante la suma de las multiplicaciones entre los elementos de la fila I de la matriz A y los de la columna J de la matriz B.
Por ejemplo:

$$\text{MATRIZ A(3,2)} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 6 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} \quad \text{MATRIZ B (2,4)} = \begin{vmatrix} 3 & 5 & 7 & 9 \\ 2 & 3 & 5 & 7 \end{vmatrix}$$

Entonces el elemento fila 1, columna 2 de la matriz C(3,4), pues el número de columnas de la matriz A debe ser igual al número de filas de la matriz B, se obtiene mediante el producto:
A(1,1)*B(2,1) + A(1,2)*B(2,2) = 1*5 + 3*3 = 14
El producto de matrices se utilizará posteriormente para resolver sistemas de ecuaciones lineales mediante el método de la matriz inversa.

PROGRAMA NUM.18

PRODUCTO DE MATRICES
MATRIZ A = (3*2)
MATRIZ B = (2*4)
MATRIZ C = (3*4)

DIMENSIONES

DAR DIM. FILAS (A) = 3
DAR DIM. COLUM. (B) = 2
DAR DIM. COLUM. (C) = 4

MATRIZ A (3*2)

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 6 \\ 4 & 2 \end{vmatrix}$$

ELEMENTO A(3,2)
MATRIZ B (2*4)

$$B = \begin{vmatrix} 3 & 5 & 7 & 9 \\ 2 & 3 & 5 & 7 \end{vmatrix}$$

MATRIZ PRODUCTO

$$C(3*4) = \begin{vmatrix} 9 & 14 & 22 & 30 \\ 27 & 43 & 65 & 87 \\ 16 & 26 & 38 & 50 \end{vmatrix}$$

```
2 PRINT (255*PEEK 16405 + PEEK
  16404 - 16384)/1024
3 PAUSE 200
4 CLS
1000 REM PRODUCTO DE MATRICES
1010 PRINT ''PRODUCTO DE MATRI-
     CES ''
1012 PRINT ''_______(20)_______
     ''
1014 PRINT AT 13,0;''DIMENSIONES:''
1015 PRINT AT 14,0;''____(11)____''
1018 PRINT AT 16,0;''DAR DIM.FIL A6
     (A) = '';
1020 IMPUT I
1025 PRINT AT 16,22;I
1030 PRINT AT 18,0;''DAR DIM.COL
     UM. (B) = '';
1032 INPUT K
1035 PRINT AT 18,22;K
1036 PRINT AT 4,0;''MATRIZ A = ('';I;
     ''*'';K;'')''
1037 LET L = I
1038 LET G = K
1039 PRINT AT 5,11;''__(5)__''
1040 PRINT AT 20,0;''DAR DIM. COL
     UM. (C) = '';
1042 INPUT J
1043 LET H = J
1045 PRINT AT 20,22;J
```

```
1046 PRINT AT 6,0;''MATRIZ B=('';G;
     ''*'';J;'')''
1047 PRINT AT ''7,11;''___(5)___''
1048 PRINT AT 8,0;''MATRIZ C=('';L;
     ''*'';H;'')''
1049 PRINT AT 9,11;''___(5)___''
1050 PAUSE 200
1060 CLS
1100 DIM A(I+2,K+2)
1120 DIM B(G+2,J+2)
1130 DIM C(L+2,H+2)
1150 GOTO 9000
1205 FOR Q=1 TO I
1210 FOR W=1 TO J
1250 LET C(Q,W)=0
1260 NEXT W
1270 NEXT Q
1280 PRINT AT 0,5;''MATRIZ PRODUC-
     TO''
1300 FOR A=1 TO I
1310 FOR B=1 TO J
1320 FOR C=1 TO K
1330 PRINT AT ((I+1)/2)+4,0;''C(''
     ;L;''*'';H;'')=''
1380 PRINT AT A*2+4,8;'' ▌ ''
1390 IF B<=J-1 THEN PRINT AT A*2
     +5,8;'' ▌ '';
1400 PRINT AT A*2+4,J*4+10;'' ▌ '';
1410 IF B<=J-1 THEN PRINT AT A*2
     +5,J*4+10;'' ▌ '';
1440 LET C(A,B)=C(A,B)+A(A,C)*B(C,
     B)
1450 PRINT AT A*2+4,B*4+6;C(A,B);
1500 NEXT C
1510 NEXT B
1520 NEXT A
1600 RETURN
2000 REM MATRIZ A
2100 CLS
2150 PRINT AT 0,5;''MATRIZ A ('';I;
     ''*'';K:'')''
2200 FOR M=1 TO I
2350 FOR N=1 TO K
2352 PRINT AT ((I+1)/2)+4,4;''A=''
2355 PRINT AT 18,0;''ELEMENTO A(''
     ;M;'','';N;'')'';
2360 INPUT A(M,N)
2380 PRINT AT M*2+4,N*4+6;A(M,N);
2385 PRINT AT M*2+4,8;'' ▌ '';
2390 IF N =K-1 THEN PRINT AT M*2
     +5,8;'' ▌ '';
2395 PRINT AT M*2+4,K*4+8;'' ▌ '';
2397 IF N>=K-1 THEN PRINT AT
     M*2+5,K*4+I;'' ▌ '';
2400 NEXT N
2450 NEST M
2460 PAUSE 200
2500 RETURN
3000 CLS
3001 PRINT AT 0,5;''MATRIZ''B('';G;
     ''*'';J;'')''
3002 FOR R=1 TO K
3100 FOR S=1 TO J
3105 PRINT AT ((I+1)/2)+4,4;''B=''
3110 PRINT AT R*2+4,B;'' ▌ '';
3120 IF<S =J-1 THEN PRINT AT R*2
     +5,8;'' ▌ '';
3130 PRINT AT R*2+4,J*4+8;'' ▌ '';
3140 IF<S =J-1 THEN PRINT AT R*2
     +5,J*4+S;'' ▌ '';
3150 PRINT AT 18,0;''ELEMENTO B('';
     R;'','';S;'')'';
3200 INPUT B(R,S)
3250 PRINT AT R*2+4,S*4+6;B(R,S);
3300 NEXT S
3400 NEXT R
3450 PAUSE 200
3455 CLS
3500 RETURN
5325 PRINT ''MATRIZ'';
5327 INPUT Q$
5328 PRINT TAB B;Q$
5400 RETURN
9000 REM CONTROL
9050 FAST
9100 GOSUB 2000
9200 GOSUB 3000
9300 GOSUB 1200
9500 STOP
9990 SAVE ''PRO''
9999 GOTO 1000
```

RESOLUCION DE SISTEMAS DE ECUACIONES MEDIANTE LA MATRIZ INVERSA
(Programa ''ECUA'', número 19)

Este Programa resuelve sistemas de ecuaciones lineales siempre que el sistema NO sea incompatible (término que no se explica y remite al lector a la Bibliografía).
Si tenemos un sistema de n ecuaciones con n incógnitas y el sistema es compatible:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots\dots\dots + a_{1n}x_n = b_1$$
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots\dots\dots + a_{2n}x_n = b_2$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots\dots\dots + a_{nn}x_1 = b_n$$

Si definimos:

$$F(\text{matriz coeficientes}) = \begin{vmatrix} a_{11}a_{12}\dots a_{1n} \\ a_{21}a_{22}\dots a_{2n} \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ a_{n1}a_{n2}\dots a_{nn} \end{vmatrix}$$

Siendo $D = F^{-1}$ = MAT INVERSA

$$X(\text{Vector columna de las incógnitas}) = \begin{vmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{vmatrix}$$

$$A(\text{Vector columna de los términos independientes}) = \begin{vmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{vmatrix}$$

Utilizando la notación matricial podemos escribir:
$F.X = A$, por lo que $X = A.F^{-1}$, resolviendo así el sistema de ecuaciones.
La matriz inversa $D = F^{-1}$ se obtiene mediante la matriz adjunta de F dividida entre el determinante de F. Su cálculo se estudia en COU y en 1er. Curso de las Carreras Técnicas y de Ciencias, y las diversas formas de llevarlo a cabo tienen una exposición prolija y extensa que rebasa el marco de este libro, motivo por el cual remitimos al lector a la bibliografía.
Para introducir los datos del Programa se ha de dar previamente la dimensión de la matriz F, seguida de los coeficientes de las incógnitas de la 1ª ecuación (a_{11} .... a_{1n}), seguidas del término independiente (b_1) y a continuación las demás ecuaciones, por orden y siguiendo el método anterior. En caso de que los coeficientes ocupen completamente la pantalla se ha de pulsar CONT y N/L, continuando introduciendo datos hasta el final.
Como consecuencia de ello se obtienen previamente los elementos de la matriz inversa D y el valor del determinante de la matriz F.
A continuación se obtienen los RESULTADOS del sistema de ecuaciones, elementos del vector X, los cuales se contrastan de 3 maneras:
a.- Comprobando el producto de matrices (F.D), siendo F la matriz de los coeficientes y $D = F^{-1}$ la matriz inversa de F, producto que debe ser igual a la matriz unidad. (Se demuestra que el producto de una matriz por su inversa, y viceversa, es la matriz unidad).
b.- Comprobando que el producto matricial (D.F) es igual a la matriz unidad.
En los apartados a y b, si el error es mayor que 1E-9 aparece a la derecha del elemento correspondiente, como indicación adicional al usuario, el valor de dicho error.
c.- Sustituyendo en el sistema de ecuaciones los valores obtenidos para las incógnitas y hallando las diferencias para cada una de ellas.
Estas comprobaciones son tests de exactitud con que se han obtenido las incógnitas me-

diante este método, pero ocupan memoria y, en puridad, no son imprescindibles para el cálculo.
En este programa se puede resolver simultáneamente un sistema de 15 ecuaciones lineales. En caso de borrar las SUB 6000, 6200 y 6500 pueden resolverse sistemas de 45 ecuaciones simultáneas.

PROGRAMA NUM. 19

SISTEMAS DE ECUACIONES

RESOLUCION POR MATRIZ INVERSA
DIMENSION DE LA MATRIZ = 5

CARACTERISTICAS:

MATRIZ COEFICIENTES = SUB 3000
INVERSA = SUB 5500
RESULTADOS SISTEMA = SUB 3500
MAT ERRORES B*B(INV) = SUB 6000
ERRORES B(INV)*B = 6200
COMPROBACION SISTEMA = SUB 6500

MATRIZ INVERSA

D (1,1) = .08
D (1,2) = – .08
D (1,3) = .02
D (1,4) = – .01
D (1,5) = – .01
D (2,1) = .02
D (2,2) = 0,31
D (2,3) = – 0.1
D (2,4) = .01
D (2,5) = – .03
D (3,1) = – .05
D (3,2) = – .07
D (3,3) = 0.17
D (3,4) = – .02
D (3,5) = .01
D (4,1) = – .02
D (4,2) = .06
D (4,3) = – .09
D (4,4) = 0.11
D (4,5) = – .02
D (5,1) = – .02
D (5,2) = – 0.13
D (5,3) = .03
D (5,4) = – .03
D (5,5) = .09

DETERMINANTE = 28270

RESULTADOS DEL SISTEMA

X(1) = 2.9791
X(2) = 2.2155
X(3) = 0.2112
X(4) = 0.1523
X(5) = 5.715

MATRIZ DE ERRORES

PROD. B*B (INV) **ERROR 1E – 9**

K (1,1) = 1
K (1,2) = 0
K (1,3) = 0
K (1,4) = – .0001
K (1,5) = 0
K (2,1) = – .0001
K (2,2) = 1
K (2,3) = – .0001
K (2,4) = 0
K (2,5) = 0
K (3,1) = – .0001
K (3,2) = – .0001
K (3,3) = 1
K (3,4) = – .0001
K (3,5) = 0

K (4,1) = – .0001
K (4,2) = 0
K (4,3) = – .0001
K (4,4) = 1
K (4,5) = – .0001
K (5,1) = 0
K (5,2) = 0
K (5,3) = – .0001
K (5,4) = 0
K (5,5) = 1

MATRIZ DE ERRORES

PROD. B (INV)*B   ERROR 1E – 9

H (1,1) = 1
H (1,2) = – .0001
H (1,3) = 0
H (1,4) = – .0001
H (1,5) = – .0001
H (2,1) = 0
H (2,2) = 1
H (2,3) = – .0001
H (2,4) = 0
H (2,5) = 0
H (3,1) = – .0001
H (3,2) = – .0001
H (3,3) = 1
H (3,4) = – .0001
H (3,5) = 0

H (4,1) = – .0001
H (4,2) = – .0001
H (4,3) = – .0001
H (4,4) = 1
H (4,5) = 0
H (5,1) = – .0001
H (5,2) = – .0001
H (5,3) = 0
H (5,4) = – .0001
H (5,5) = 1

DIFERENCIAS

A(I,J)*X(J)		**B(J)**		**DIFEREN-CIAS**
(51)	-	(51)	=	(0)
(15)	-	(15)	=	(0)
(15)	-	(15)	=	(– .001)
(20)	-	(20)	=	(– .001)
(92)	-	(92)	=	(0)

MATRIZ DE LOS COEFICIENTES

F (1,1) = 11
F (1,2) = 3
F (1,3) = 0
F (1,4) = 1
F (1,5) = 2   A (1) = 51

F (2,1) = 0
F (2,2) = 4
F (2,3) = 2
F (2,4) = 0
F (2,5) = 1   A (2) = 15

F (3,1) = 3
F (3,2) = 2
F (3,3) = 7
F (3,4) = 1
F (3,5) = 0   A (3) = 15

F (4,1) = 4
F (4,2) = 0
F (4,3) = 4
F (4,4) = 10
F (4,5) = 1   A (4) = 20

F (5,1) = 2
F (5,2) = 5
F (5,3) = 1
F (5,4) = 3
F (5,5) = 13   A (5) = 92

```
 1 GOTO 5000
10 REM MINV
50 PRINT  "SISTEMAS [redacted]
   CIONES"
60 PRINT AT 3,0;"RESOLUCION POR:
   MATRIZ INVERSA"
62 PRINT AT 4,16;" ________(16)________ "
70 PRINT AT 8,0;"DIMENSION DE LA
   MATRIZ =";
75 PRINT AT 9,25;"—"
76 PRINT  AT  12,0;"[redacted]
   TICAS"
77 PRINT AT 15,0;"MATRIZ COEFI-
   CIENTES = SUB 3000"
78 PRINT AT 16,0;"MATRIZ INVERSA
   = SUB 5500"
```

```
79 PRINT AT 17,0;"RESULTADOS
   SISTEMA = SUB 3500"
80 PRINT AT 18,0;"MAT ERRORES
   B *B (INV) = SUB 6000"
81 PRINT AT 19,0;"MAT ERRORES
   B (INV) *B = SUB 6200"
82 PRINT AT 20,0;"COMPROBACION
   SISTEMA = SUB 6500"
88 INPUT N
89 PRINT AT 8,25;N
90 PAUSE 50
100 DIM P(N)
110 DIM C(N)
120 DIM F(N,N)
121 DIM B (N *N)
122 DIM K(N,N)
125 DIM X(N)
127 DIM A(N)
130 DIM M(N)
135 DIM D(N,N)
140 DIM L(N)
142 CLS
145 RETURN
150 FAST
152 LET D = 1
155 LET NK = - N
160 FOR K = 1 TO N
165 LET NK = NK + N
170 LET L(K) = K
180 LET M(K) = K
190 LET KK = NK + K
200 LET BIGA = B(KK)
210 FOR J = K TO N
215 LET IZ = N *(J - 1)
220 FOR I = K TO N
225 LET IJ = IZ + I
240 IF (ABS (BIGA)-ABS (B(IJ)))> = 0
    THEN GOTO 300
250 LET BIGA = B(IJ)
260 LET L(K) = I
270 LET M(K) = J
300 NEXT I
310 NEXT J
320 LET J = L(K)
330 IF (J-K)< = 0 THEN GOTO 410
335 LET KI = K-N
340 FOR I = 1 TO N
350 LET KI = KI + N
355 LET HOLD = - B(KI)
360 LET JI = KI-K + J
375 LET B(KI) = B(JI)
380 LET B (JI) = HOLD
390 NEXT I
410 LET I = M(K)
420 IF (I - K)< = 0 THEN GOTO 500
425 LET JP = N *(I - 1)
430 FOR J = 1 TO N
440 LET JK = NK + J
450 LET JI = JP + J
460 LET HOLD = - B(JK)
470 LET B (JK) = B(JI)
480 LET B(JI) = HOLD
490 NEXT J
500 IF BIGA<0 OR BIGA>0 THEN GOTO
    530
510 LET D = 0
520 RETURN
530 FOR I = 1 TO N
540 IF (I - K) = 0 THEN GOTO 570
550 LET IK = NK + I
560 LET B(IK) = B(IK)/( - BIGA)
570 NEXT I
580 FOR I = 1 TO N
590 LET IK = NK + I
595 LET IJ = I - N
600 FOR J = 1 TO N
620 LET IJ = IJ + N
630 IF (I - K) = 0 THEN GOTO 670
640 IF (J - K) = 0 THEN GOTO 670
650 LET KJ = IJ - I + K
660 LET B(IJ) = B(IK) *B(KJ) + B(IJ)
670 NEXT J
680 NEXT I
685 LET KJ = K - N
690 FOR J = 1 TO N
705 LET KJ = KJ + N
710 IF (J - K) = 0 THEN GOTO 730
720 LET B(KJ) = B(KJ)/BIGA
730 NEXT J
740 LET D = D *BIGA
750 LET B(KK)=1/BIGA
760 NEXT K
770 LET K = N
780 LET K = K - 1
785 IF K< = 0 THEN GOTO 990
790 LET I = L(K)
800 IF (I - K)< = 0 THEN GOTO 890
804 LET JQ = N *(K - 1)
806 LET JR = N *(I - 1)
810 FOR J = 1 TO N
820 LET JK = JQ + J
840 LET HOLD = B(JK)
```

```
845 LET JI = JR + J
850 LET B(JK) = - B(JI)
860 LET B(JI) = HOLD
870 NEXT J
890 LET J = M(K)
900 IF (J - K)< = 0 THEN GOTO 780
905 LET KI = K - N
910 FOR I = 1 TO N
920 LET KI = KI + N
925 LET HOLD = B(KI)
930 LET JI = KI - K + J
950 LET B(KI) = - B(JI)
960 LET B(JI) = HOLD
970 NEXT I
980 GOTO 780
990 RETURN
3000 REM
3004 PRINT "MATRIZ DE LOS COEFI-
     CIENTES"
3005 PRINT
3007 PRINT
3010 FOR I = 1 TO N
3015 PRINT",,              (32)
3020 FOR J = 1 TO N
3035 PRINT TAB 0;"F(";I;",";J;") = ";
3040 INPUT F(I,J)
3050 PRINT TAB 10;F(I,J);
3060 LET IJ = N *(J - 1) + I
3070 LET B(IJ) = F(I,J)
3080 NEXT J
3081 PRINT TAB 17;"A(";I;") = ";
3082 INPUT A(I)
3085 PRINT TAB 25;A(I);
3090 NEXT I
3100 RETURN
3500 REM
3505 PRINT "RESULTADOS DEL SIS-
     TEMA"
3506 PRINT
3507 PRINT
3510 FOR I = 1 TO N
3520 LET X(I) = 0
3530 PRINT"
          "
3550 FOR J = 1 TO N
3600 LET X(I) = X(I) + D(I,J) *A(J)
3700 NEXT J
3710 PRINT TAB 0;"X(";I;") = ";INT
     (10**4*X(I))/10**4;
3750 NEXT I
3800 RETURN
5000 REM PROG CONTROL
5005 FAST
5006 GOSUB 50
5008 CLS
5010 GOSUB 3000
5015 PAUSE 100
5017 CLS
5020 GOSUB 150
5025 GOSUB 5500
5030 PAUSE 400
5035 CLS
5040 GOSUB 3500
5045 PAUSE 400
5047 CLS
5050 GOSUB 6000
5060 PAUSE 400
5062 CLS
5064 GOSUB 6200
5066 PAUSE 400
5070 CLS
5080 GOSUB 6500
5090 STOP
5500 REM
5505 PRINT "MATRIZ INVERSA"
5506 PRINT
5507 PRINT
5510 FOR I = 1 TO N
5520 FOR J = 1 TO N
5530 LET IJ = (N *(J - 1) + I)
5532 LET D(I,J) = B(IJ)
5535 PRINT TAB 0;"D(";I;",";J;") = ";
5575 PRINT TAB 10; (INT (10**2*D(I,
     J)))/10**2;
5580 NEXT J
5590 NEXT I
5595 PRINT AT 21,0;"DETERMINANTE
      = ";D
5600 RETURN
6000 REM
6001 PRINT "MATRIZ DE ERRORES"
6003 PRINT AT 3,0;"PROD. B*B(INV)";
6004 PRINT AT 4,0;"______________";
6005 PRINT AT 3,17;"ERROR  1E-9"
6006 PRINT AT 4,17;"  _____(10)_____  "
6007 PRINT
6008 PRINT
6015 FOR I = 1 TO N
6020 FOR K = 1 TO N
6025 LET K(I,K) = 0
6030 FOR J = 1 TO N
6040 LET K(I,K) = K(I,K) + F(I,J)*D(J,K)
```

```
6045 NEXT J
6050 PRINT  TAB  0;"K(";I;",";K;")
     =";INT (10**4*K(I,K))/10**4;
6070 IF  I<>K  AND  ABS  (K(I,K)>=1
     E-9 THEN PRINT TAB 17;K(I,K)
6105 NEXT K
6110 NEXT I
6120 RETURN
6200 REM
6201 PRINT "MATRIZ DE ERRORES"
6202 DIM H(N,N)
6203 PRINT AT 3,0;"PROD. B(INV)*B";
6204 PRINT AT 4,0; "______(14)______"
6205 PRINT  AT  3,17;"ERROR 1E-9"
6206 PRINT AT 4,17; " ______(10)______ "
6207 PRINT
6208 PRINT
6215 FOR I=1 TO N
6220 FOR K=1 TO N
6225 LET H(I,K)=0
6230 FOR J=1 TO N
6240 LET H(I,K)=H(I,K)+D(I,J)*F(J,K)
6245 NEXT J
6250 PRINT  TAB  0;"H(";I;",";K;")
     =";INT (10**4*H(I,K))/10**4;
6270 IF  I<>K  AND  ABS  (H(I,K))>=1
     E-9 THEN PRINT TAB 17;H(I,K)
6305 NEXT K
6310 NEXT I
6320 RETURN
6500 REM
6520 FOR J=1 TO N
6530 LET C(J)=0
6540 LET P(J)=0
6560 NEXT J
6565 PRINT "DIFERENCIAS"
6570 PRINT  AT  3,0;"A(I,J)*X(J)";  AT
     3,12;"B(J)";AT  3,20;"DIFEREN-
     CIAS"
6572 PRINT  AT  4,0;" ____________ ";
     AT 4,12;"________";AT 4,20;"___
     ________"
6574 PRINT
6578 FOR I=1 TO N
6579 IF N<=8 THEN PRINT "
                          "
6580 FOR J=1 TO N
6582 LET P(I)=P(I)+F(I,J)*X(J)
6590 NEXT J
6600 LET C(I)=C(I)+P(I)-A(I)
6630 PRINT  TAB  0;"(";INT  (10**3*
     P(I)/10**3;") ";TAB 9;"-";
6640 PRINT  TAB  12;"(";  INT  (10**3
     *A(I))/10**3;") ";TAB 19; "=";
6650 PRINT  TAB  20;"(";INT  (10**3
     *C(I))/10**3;")"
6710 NEXT I
6720 RETURN
9980 PRINT  (256*PEEK  16405+PEEK
     16404-16389)/1024
9982 PAUSE 200
9984 CLS
9986 GOTO 1
9990 SAVE "ECUA"
9999 GOTO 1
```

ORDENACION CORRECTA DE NUMEROS (Programa "ORDEN", número 20)

Este Programa ordena NUMEROS conforme a las OPCIONES:

A.- De mayor a menor.
B.- De menor a mayor.

El Programa se dimensiona en función del volumen de números que se quieren clasificar. Por ello se ha de dar previamente a la ordenación de números.
La ORDENACION de números se logra mediante las sentencias 100-300 y las opciones A o B se evidencian en las sentencias 230 y 235.
La SUB 3000 es muy interesante, pues sitúa las cifras con distinto número de dígitos alineados respecto de la columna de las unidades.
Para ello utilizamos las variables interpuestas N y G, situando las distintas cifras mediante su LOGARITMO.
Si $0 \leq S(I) < 1$, LN S(I) no es calculable, motivo por el cual añadimos las sentencias 3002, 3003 y 3007, pudiendo situar correctamente todos los números positivos.
Los números negativos se ordenan de mayor a menor (aunque no se escriben en sitio correcto), pero no de menor a mayor, para lo cual han de añadirse las sentencias:

```
3008 IF S(I)<O THEN GOSUB 4000
4000 LET S(I) =-S(I)
4005 LET N =INT (LN S(I)/LN 10)
4010 LET G =3-N
4020 RETURN
```

Es decir: los números negativos ya están ordenados y los cambiamos de signo para escribirlos, tratándolos como si fueran positivos.
Este procedimiento de escritura clarifica mucho la escritura y no añade demasiada complejidad a un programa si todos los números son de un determinado signo (positivos o negativos).

ORDENACION CORRECTA DE NUMEROS

```
DESEAS CLASIFICAR:
        A.- DE MAYOR A MENOR
        B.- DE MENOR A MAYOR

A.- ORDEN DE MAYOR A MENOR
CUANTOS NUM. VAS A DAR? 10

                              ORDEN
DAR  S(1)   2
DAR  S(2)   34
DAR  S(3)   56
DAR  S(4)   3
DAR  S(5)   7
DAR  S(6)   9
DAR  S(7)   1
DAR  S(8)   1234
DAR  S(9)   100000
DAR  S(10)  -2
```

```
A.- ORDEN DE MAYOR A MENOR
CUANTOS NUM. VAS A DAR? 10
                                  ORDEN
DAR  S(1)   3                     10000
DAR  S(2)   6                       900
DAR  S(3)   234                     234
DAR  S(4)   67                      234
DAR  S(5)   8                        67
DAR  S(6)   900                      39
DAR  S(7)   -67                       8
DAR  S(8)   234                       6
DAR  S(9)   10000                     3
DAR  S(10)  39                      -67
```

B.- ORDEN DE MENOR A MAYOR

```
CUANTOS NUM. VAS A DAR? 10
                                    ORDEN
DAR S(1)   3                        -67
DAR S(2)   6                          3
DAR S(3)   234                        6
DAR S(4)   67                         8
DAR S(5)   8                         39
DAR S(6)   900                       67
DAR S(7)   -67                      234
DAR S(8)   234                      234
DAR S(9)   10000                    900
DAR S(10)  39                     10000
```

```
   4 GOSUB 2000
   5 DIM S(100)
   6 FAST
   7 GOSUB 1000
   8 PRINT AT 2,0;"CUANTOS NUM.
     VAS A DAR ?";
   9 PRINT AT 3,27;"(3) ____"
  10 INPUT N
  15 PRINT AT 2,27;N
  20 FOR I=1 TO N
  25 PRINT AT I+6,0;"DAR S(";I;")";
  30 INPUT S(I)
  35 PRINT AT I+6,10;S(I)
  40 NEXT I
  50 PRINT
 100 FOR I=1 TO N-1
 200 FOR J=1 TO N-I
 210 LET X=S(J)
 220 LET Y=S(J+1)
 230 IF W$="A" AND X>=Y THEN
     GOTO 300
 235 IF W$="B" AND X<=Y THEN
     GOTO 300
 240 LET S(J)=Y
 250 LET S(J+1)=X
 300 NEXT J
 310 NEXT I
 390 PRINT AT 5,20;"ORDEN"
 392 PRINT AT 6,20;"(5) ____"
 400 FOR I=1 TO N
 402 GOSUB 3000
 407 SLOW
 410 PRINT AT I+6,20+G;S(I)
 425 NEXT I
 430 STOP
1000 REM
1007 IF W$="A" THEN PRINT AT 0,0;
     "A.-ORDEN DE MAYOR A ME-
     NOR"
1009 IF W$="B" THEN PRINT AT 0,0;
     "B.-ORDEN DE MENOR A MA-
     YOR"
1100 RETURN
2000 PRINT AT 0,0;"ORDENACION
     CORRECTA DE NUMEROS"
2005 PRINT AT 10,0;"DESEAS CLASI-
     FICAR:"
2010 PRINT AT 12,10;"A.-DE MAYOR A
     MENOR"
2020 PRINT AT 14,10;"B.-DE MENOR A
     MAYOR"
2030 INPUT W$
2040 PAUSE 50
2050 CLS
2100 RETURN
3000 REM
3002 IF S(I)=0 THEN LET G=3
3003 IF S(I)=0 THEN RETURN
3004 IF S(I)>=1 THEN LET N=INT (LN
     S(I)/LN 10)
3006 IF S(I)>=1 THEN LET G=3-N
3007 IF S(I)>0 AND S(I) 1 THEN LET
     G=3
3010 RETURN
9980 PRINT (255*PEEK 16405+PEEK
     16404-16384)/1024
9984 PAUSE 200
9986 CLS
9987 GOTO 1
9990 SAVE "ORDEN"
9999 GOTO 1
```

CLASIFICACION DE MATRICES (Programa "SORT", número 21)

Este programa clasifica las filas o columnas de una matriz de dimensión, (M,N) en función de un elemento, una fila o una columna.
Para definir el elemento objeto de clasificación el programa primero da a elegir entre las opciones de clasificar por FILA (J) o COLUMNA (I),luego entre clasificar de menor a mayor y viceversa (A o B) y por último el usuario ha de introducir el número de fila o columna objeto de clasificación.
Los datos se introducen entre las sentencias 1-200 y la clasificación por filas se realiza en la SUB 8000 y por columnas en la SUB 7000.
Las barras que delimitan la matriz clasificada se definen en cada uno de los casos en las SUB 2000 y 1000.
El comando MAT SORT está implantado en algunos ordenadores con software de tipo científico, utilizándose (entre otras) en programación lineal y sus múltiples aplicaciones.
En el ejemplo vemos una matriz de 4 filas y 3 columnas que se ha clasificado primeramente conforme a I3A, es decir: columna 3 y de menor a mayor, y luego según J 2 B, es decir: fila 2 y de mayor a menor.

PROGRAMA NUM. 21

CRITERIOS DE CLASIFICACION
OPCIONES:

I.- CLASIFICAR POR FILA
J.- CLASIFICAR POR COLUMNA

A.- DE MENOR A MAYOR
B.- DE MAYOR A MENOR

NUMERO DE LA FIL. =3

CLASIFICACION DE MATRICES

$$S = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 3 & 5 & 7 \\ 9 & 0 & 1 \\ 5 & 2 & 8 \end{vmatrix} \qquad S(3;*) = \begin{vmatrix} 4 & 6 & 2 \\ 5 & 7 & 3 \\ 0 & 1 & 9 \\ 2 & 8 & 5 \end{vmatrix}$$

I 3 A

CRITERIOS DE CLASIFICACION
OPCIONES:

I.- CLASIFICAR POR FILA
J.- CLASIFICAR POR COLUMNA

A.- DE MENOR A MAYOR
B.- DE MAYOR A MENOR

NUMERO DE LA COL. =2

CLASIFICACION DE MATRICES

$$S = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 3 & 5 & 7 \\ 9 & 0 & 1 \\ 5 & 2 & 8 \end{vmatrix} \qquad S(*;2) = \begin{vmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 2 & 4 & 6 \\ 5 & 2 & 8 \\ 9 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

J 2 B

```
1 REM "SORT"
8 FAST
20 PRINT AT 0,0;"CLASIFICACION DE MATRICES"
30 PRINT AT 2,0;"NUM. DE FILAS = ";
35 INPUT M
37 PRINT AT 2,22;M
40 PRINT AT 4,0;"NUM. DE COLUMNAS = ";
45 INPUT N
47 PRINT AT 4,22;N
50 DIM S(M *2,M *2)
70 DIM B(M)
75 FOR I = 1 TO M
77 FOR J = 1 TO N
80 LET S(I,J) = 0
82 NEXT J
85 NEXT I
90 PRINT AT (2*M + 10)/2,0;"S = "
100 FOR I = 1 TO M
105 PRINT AT (2*I + 4),2;" ■ ";AT (2*I + 4), (4 + 2*N);" ■ "
107 IF I<= M - 1 THEN PRINT AT (2*I + 5),2;" ■ ";AT (2*I + 5), (4 + 2*N);" ■ "
110 FOR J = 1 TO N
120 PRINT AT 21,0;"DATO (";I;",";J;")"
130 INPUT S(I,J)
140 PRINT AT (2*I + 4), (2 + 2*J);S(I,J)
150 NEXT J
160 NEXT I
170 PAUSE 200
180 CLS
500 REM CRITERIOS DE CLASIFICACION
510 PRINT AT 0,0;"CRITERIOS DE CLASIFICACION
515 PRINT AT 4,0;"OPCIONES:"
520 PRINT AT 6,0;"I.-CLASIFICAR POR FILA"
530 PRINT AT 8,0;"J.-POR COLUMNA"
531 INPUT W$
534 PRINT AT 12,0;"A.-DE MENOR A MAYOR"
535 PRINT AT 14,0;"B.-DE MAYOR A MENOR"
536 INPUT Y$
550 IF W$ = "J" THEN PRINT AT 18,0;"NUMERO DE LA FILA = ";
560 IF W$ = "I" THEN PRINT AT 18,0;"NUMERO DE LA COL. = ";
570 INPUT Z
575 PRINT AT 18,20;Z
576 PAUSE 50
577 IF W$ = "J" THEN GOSUB 7000
579 IF W$ = "I" THEN GOSUB 8000
600 PAUSE 2000
650 CLS
700 GOTO 500
800 STOP
1120 FOR I = 1 TO M
1125 PRINT AT (2*M + 10)/2,13;"S(*;";Z;") = "
1130 FOR J = 1 TO N
1170 PRINT AT (2*I + 4), (21 + 2*J);S(I,J)
1180 PRINT AT (2*I + 4),20;" ■ ";AT (2*I + 4), (24 + 2*N);" ■ "
1190 IF I<= M - 1 THEN PRINT AT (2*I + 5),20;" ■ ";AT (2*I + 5), (24 + 2*N);" ■ "
1200 NEXT J
1210 NEXT I
1220 RETURN
2120 FOR I = 1 TO M
2125 PRINT AT (2*M + 10)/2,13;"S(";Z;";*) = "
2130 FOR J = 1 TO N
2170 PRINT AT (2*I + 4), (21 + 2 *J) S(I,J)
2180 PRINT AT (2*I + 4),20;" ■ ";AT(2*I + 4), (24 + 2*N);" ■ "
2190 IF I<= M - 1 THEN PRINT AT (2*I + 5),20;" ■ ";AT (2*I + 5), (24 + 2**N);" ■ "
2200 NEXT J
2230 NEXT I
2250 RETURN
3000 REM
3090 PRINT AT (2*M + 10)/2,0;"S = "
3100 FOR I = 1 TO M
3105 PRINT AT (2*I + 4),2;" ■ ";AT (2*I + 4), (4 + 2*N);" ■ "
3107 IF I<= M - 1 THEN PRINT AT (2*I + 5),2;" ■ ";AT (2*I + 5), (4 + 2*N);" ■ "
3110 FOR J = 1 TO N
3140 PRINT AT (2*I + 4), (2 + 2*J);S(I,J)
3150 NEXT J
3160 NEXT I
```

```
3165 PAUSE 200
3170 RETURN
6000 REM
6010 FOR I = 1 TO M
6020 FOR J = 1 TO N
6050 LET S(I,J) = - S(I,J)
6060 NEXT J
6070 NEXT I
6080 RETURN
7000 REM COLUMNAS
7001 CLS
7002 PRINT AT 0,0;"CLASIFICACION
     DE MATRICES"
7003 GOSUB 3000
7004 PRINT AT 21,15;W$;" ";Z;" ";Y$;
7005 LET P = N
7020 IF Y$ = "B" THEN GOSUB 6000
7030 FOR J = 1 TO M - 1
7040 LET S = J + 1
7050 FOR I = J + 1 TO M
7060 FOR T = 1 TO P
7065 LET B(T) = Z
7070 LET L = B(T)
7072 LET A = S(I,L)
7074 LET B = S(J,L)
7080 IF A<= B THEN GOTO 7120
7090 IF A >= B THEN GOTO 7170
7100 NEXT T
7110 GOTO 7170
7120 FOR K = 1 TO N
7130 LET X = S(I,K)
7140 LET S(I,K) = S(J,K)
7150 LET S(J,K) = X
7160 NEXT K
7170 NEXT I
7180 NEXT J
7185 IF Y$ = "B" THEN GOSUB 6000
7187 GOSUB 1120
7200 RETURN
8000 REM FILAS
8001 CLS
8002 PRINT AT 0,0;"CLASIFICACION
     DE MATRICES"
8003 GOSUB 3000
8004 PRINT AT 21,15;W$;" ";Z;" ";Y$;
8005 LET P = M
8020 IF Y$ = "B" THEN GOSUB 6000
8030 FOR J = 1 TO N - 1
8050 FOR I = J + 1 TO N
8060 FOR T = 1 TO P
8065 LET B(T) = Z
8070 LET L = B(T)
8072 LET A = S(L,I)
8074 LET B = S(L,J)
8080 IF A <= B THEN GOTO 8120
8090 IF A >= B THEN GOTO 8170
8100 NEXT T
8110 GOTO 8170
8120 FOR K = 1 TO M
8130 LET X = S(K,I)
8140 LET S(K,I) = S(K,J)
8150 LET S(K,J) = X
8160 NEXT K
8170 NEXT I
8180 NEXT J
8185 IF Y$ = "B" THEN GOSUB 6000
8187 GOSUB 2120
8190 RETURN
9900 STOP
9980 PRINT (256*PEEK 16405 + PEEK
     16404 - 16384) / 1024
9982 PAUSE 200
9984 CLS
9986 GOTO 1
9990 SAVE "SORT"
9999 GOTO 1
```

INTEGRACION (Programa ''SIMPSON'', número 22)

Se llama INTEGRAL DEFINIDA, entre los extremos A y B, de la Función continua y = F(x) a $G = \int_A^B F(x).\,d(x)$. Esta operación proporciona como resultado el area bajo la curva y entre los extremos A y B, con la condición imprescindible de que la función sea CONTINUA.

Para realizar el proceso matemático de la integración obtenemos la función f(x) primitiva de F(x) y sustituimos el valor de x en F(x) para los puntos B y A, obteniendo la diferencia G = f(B) - f(A).
G es el AREA comprendida entre los puntos ABC y D de la figura 1.

Los posibles métodos de integración consideran:
A.- EL TRAPEZOIDE (T) A B C D.
B.- EL PUNTO MEDIO (M), que obtiene el area mediante el rectángulo A B K J.
C.- El método de SIMPSON aproxima el area mediante:

S = (1/3*T) + (2/3*M)

El Programa se aplica primeramente a la totalidad del intervalo como un todo, para luego aproximar progresivamente el area mediante BISECCIONES sucesivas del intervalo.
El Programa obtiene las areas por los 3 métodos simultáneamente en un tiempo relativamente corto, pudiéndose notar que el método que converge más rápidamente es el de SIMPSON.
Como datos adicionales al programa se han de introducir los límites de integración (A = inferior y B = superior) y el error relativo permitido (necesario para que el programa tenga fin). El error con el que se ha obtenido el area se escribe una linea más abajo que la última calculada por el programa mediante los 3 métodos ya explicados.
Se presentan 4 Funciones TIPO: EXPONENCIAL, LOGARITMICA y 2 tipos diferentes de POLINOMICAS, siendo muy facil generar un procedimiento para calcular un nuevo tipo de función o para una función particular que se necesite.
Para ello basta incluir dicha OPCION (p.e. E = C*SIN (D/K) en 3065, 3165, 3290 (SUB de cálculo) y 3570 (con la función elegida incluyendo los parámetros C, D y K).

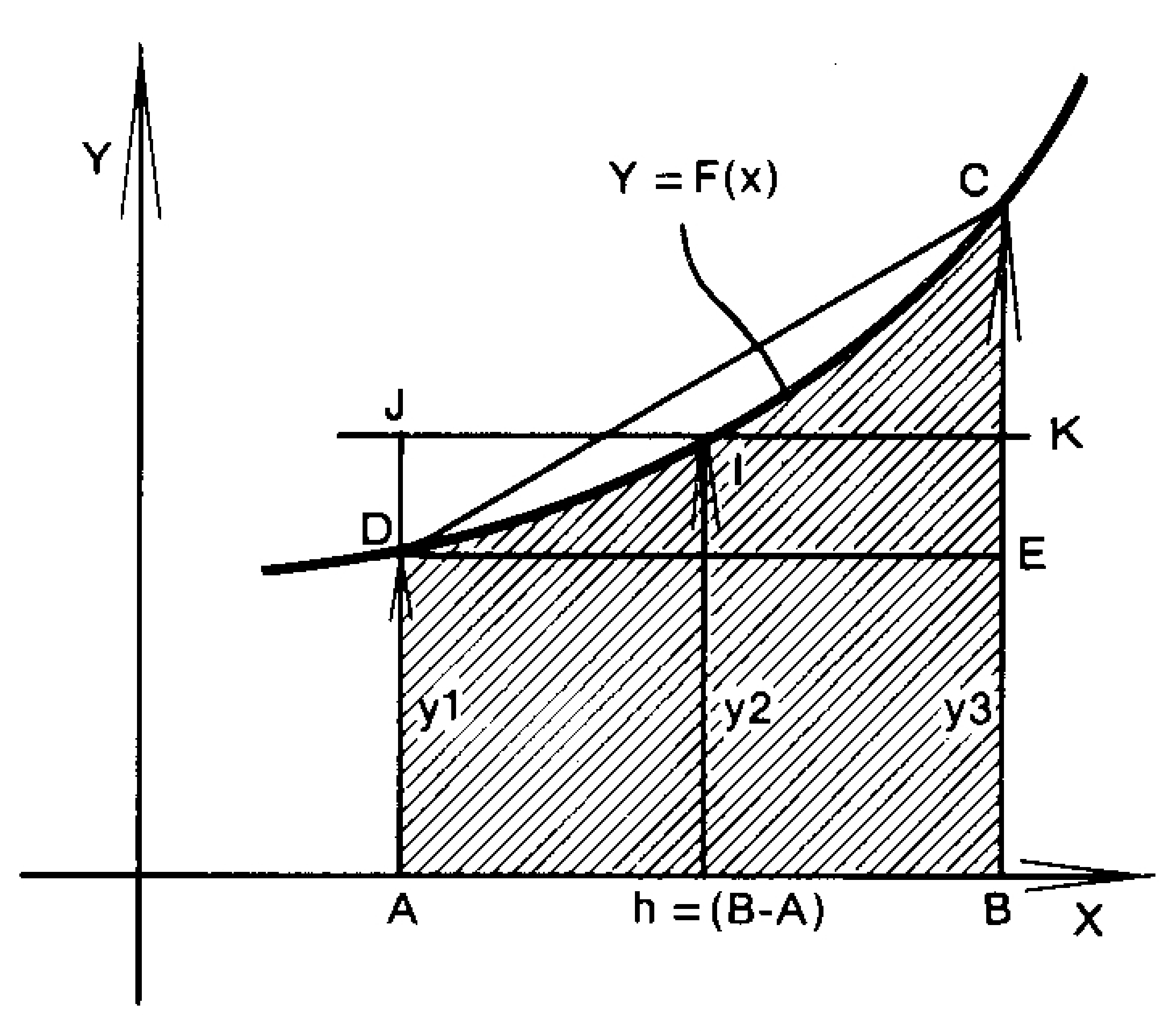


FIGURA 1

PROGRAMA NUM. 22

INTEGRACION POR SIMPSON

LIMITE INFERIOR = 1
LIMITE SUPERIOR = 5
ERROR RELATIVO = 1E-6

OPCIONES

A.- EXPONENC. F(X) = C / EXP (D *X2 / H)
B.- LOGARITMICA F(X) = C *LN (D *X / H)
C.- POLINOMICA F(X) = C / (D + H *X2)
D.- POLINOMICA F(X) = C + X2 + D *X + H

INTEGRACION POR SIMPSON

FUNCION F(X) = 1 *X2 + 3 *X + 1

PARAMETROS:
C = 1
D = 3
K = 1

INTEGRACION POR SIMPSON

FUNCION F(X) = 1 *X2 + 3 *X + 1

TRAPEZ.	PTO.MED.	SIMPSON
92	76	81.33333
84	80	81.33333
82	81	81.33333
81.5	81.25	81.33333
81.375	81.3125	81.33333
81.34375	81.32812	81.33333
81.33593	81.33203	81.33333
81.33398	81.333	81.33333
81.33349	81.33325	81.33333
81.33337	81.33331	81.33333

ERROR = 7.5043225E – 7

INTEGRACION POR SIMPSON
LIMITE INFERIOR = 1
LIMITE SUPERIOR = 2
ERROR RELATIVO = 1E – 6

INTEGRACION POR SIMPSON
FUNCION F(X) = 1 *LN (1 *X / 1)

PARAMETROS:
C = 1
D = 1
K = 1

INTEGRACION POR SIMPSON

FUNCION F(X) = 1 *LN (1 *X / 1)

TRAPEZ.	PTO.MED.	SIMPSON
0.34657	0.40546	0.38583
0.37601	0.39137	0.38625
0.38369	0.38758	0.38629
0.38564	0.38661	0.38629
0.38613	0.38637	0.38629
0.38625	0.38631	0.38629
0.38628	0.38629	0.38629
0.38629	0.38629	0.38629
0.38629	0.38629	0.38629
0.38629	0.38629	0.38629

ERROR = 6.1719404E – 7

INTEGRACION POR SIMPSON
FUNCION F(X) = 2 / (1 + 1 *X2)

PARAMETROS:
C = 2
D = 1
K = 1

INTEGRACION POR SIMPSON
LIMITE INFERIOR = – 1
LIMITE SUPERIOR = 1
ERROR RELATIVO = 1E – 6

INTEGRACION POR SIMPSON
FUNCION F(X) = 2 / (1 + 1 *X2)

PARAMETROS:
C = 2
D = 1
K = 1

INTEGRACION POR SIMPSON
FUNCION F(X) = 2/(1 + 1 *X2)

TRAPEZ.	PTO.MED.	SIMPSON
2	4	3.33333
3	3.2	3.13333
3.1	3.16235	3.14156
3.13117	3.1488	3.14159
3.13896	3.14289	3.14159
3.14094	3.14191	3.14159
3.14142	3.14167	3.14159
3.14155	3.14161	3.14159
3.14158	3.14159	3.14159
3.14159	3.14159	3.14159
3.14159	3.14159	3.14159

ERROR = 3.0415686E – 7

INTEGRACION POR SIMPSON
LIMITE INFERIOR = – 4
LIMITE SUPERIOR = 4
ERROR RELATIVO = 1E – 6

INTEGRACION POR SIMPSON
FUNCION F(X) = 1/EXP(1 *X2/2)
PARAMETROS:
C = 1
D = 1
K = 2

INTEGRACION POR SIMPSON
FUNCION F(X) = 1/EXP(1 + X2/2)

TRAPEZ.	PTO.MED.	SIMPSON
.00268	8	5.35422
4.00134	1.08266	2.05556
2.54201	2.47055	2.49437
2.506 – 8	2.50654	2.50646
2.50641	2.50649	2.50646
2.50645	2.50647	2.50646
2.50646	2.50647	2.50646
2.50646	2.50646	2.50646

ERROR = 5.2279546E – 7

```
15 FAST
20 PRINT "INTEGRACION POR SIMP-
   SON"
30 PRINT
40 PRINT "LIMITE INFERIOR = ";
54 INPUT A
56 PRINT TAB 18,A
58 PRINT
60 PRINT "LIMITE SUPERIOR = ";
64 INPUT B
66 PRINT TAB 18,B
68 PRINT
70 PRINT "ERROR RELATIVO = ";
72 DIM F(2*B + 2)
74 LET E = 1E – 6
75 PRINT TAB 18,E
76 PAUSE 100
77 GOSUB 3000
78 PRINT "INTEGRACION POR SIMP-
   SON"
79 PRINT AT 2,0;"FUNCION";
80 GOSUB 3500
82 PRINT AT 6,0;"PARAMETROS:"
83 PRINT AT 7,0;"______(10)______"
84 PRINT AT 6,12;"C = ";
85 INPUT C
90 PRINT AT 6,16;C
95 PRINT AT 8,12;"D = ";
100 INPUT D
105 PRINT AT 8,16;D
110 PRINT AT 10,12;K = ";
120 INPUT K
125 PRINT AT 10,16;K
135 PRINT
140 GOSUB 3300
150 PRINT
170 PAUSE 100
180 GOSUB 1000
200 PRINT AT 4,0;"TRAPEZ. PTO.
    MED. SIMPSON"
205 PRINT AT 5,0;"____(17)____(2)__(7)__
    (2)__(7)__"
210 PRINT
220 LET H = B – A
222 LET X = B
223 GOSUB 3100
224 LET CC = G
225 LET X = A
228 GOSUB 3100
232 LET DD = G
235 LET T = (CC + DD)*H
240 LET M = 0
250 LET T = (T + M)/2
260 LET M = 0
265 LET AA = A + (H/2)
```

```
270 FOR X =AA TO B STEP H
275 GOSUB 3100
280 LET M =M + G
290 NEXT X
300 LET M =M *H
310 LET S =(T + 2*M)/3
315 SLOW
320 PRINT T A B 0;INT (10**5 *ABS
    T)/10**5;TAB 10;INT (10**5*ABS
    M)/10**5 ;TAB 20;INT (10**5*
    ABS S)/10**5
322 PAUSE 50
325 FAST
330 LET H =H/2
335 LET BB =ABS (T - M)/ABS (S)
340 IF BB>E THEN GOTO 250
341 PRINT
342 PRINT
345 PRINT TAB 0;"ERROR =";BB
350 STOP
1000 REM
1020 FOR I =6 TO 10
1030 PRINT AT I,0;"          (32)          "
1050 NEXT I
1060 RETURN
3000 REM OPCIONES
3010 CLS
3020 PRINT "OPCIONES"
3030 PRINT AT 10,0;"D.-POLINOMI-
    CA F(X) =C*X2 + D*X + H"
3040 PRINT AT 6,0;"B.-LOGARITMICA
   F(X) =C*LN (D*X/H)"
3050 PRINT AT 4,0;"A.-EXPONENC.
    F(X) =C/EXP (D*X2/H)"
3060 PRINT AT 8,0;"C.-POLINOMICA
    F(X) =C/(D + H*X2)"
3070 INPUT W$
3072 PAUSE 50
3075 CLS
3080 RETURN
3100 REM
3125 LET Z =X*X
3130 IF W$ ="D" THEN GOTO 3190
3140 IF W$ ="B" THEN GOTO 3210
3150 IF W$ ="A" THEN GOTO 3240
3160 IF W$ ="C" THEN GOTO 3260
3170 STOP
3190 LET G =C*Z + D*X + K
3200 RETURN
3210 LET EE =(D*X/K)
3220 LET G =C*LN (EE)
3230 RETURN
3240 LET G =C*(EXP - (D*Z/K))
3250 RETURN
3260 LET Z =X*X
3265 LET FF =(D + K*Z)
3270 LET G =C/FF
3280 RETURN
3300 REM
3330 IF W$ ="D" THEN PRINT AT 2,10;
    "F(X) =";C;"*X2 + ";D;"*X + ";K
3340 IF W$ ="B" THEN PRINT AT 2,10;
   "F(X) =";C;"*LN (";D;"*X /";K;")
    "
3350 IF W$ ="A" THEN PRINT AT 2,10;
    F(X) =";C;"/EXP (";C;"*X2/";K;
    ")"
3360 IF W$ ="C" THEN PRINT AT 2,10;
    "F(X) =";C;"/(";D;" + ";K;"*X2)
    "
3400 RETURN
3500 REM
3530 IF W$ ="D" THEN PRINT AT 2,10;
    "F(X) =C*X2 + D*X + K"
3540 IF W$ ="B" THEN PRINT AT 2,10;
    "F(X) =C*LN (D*X/K)"
3550 IF W$ ="A" THEN PRINT AT 2,10;
    "F(X) =C/EXP (D*X2/K)"
3560 IF W$ ="C" THEN PRINT AT 2,10;
    "F(X) =C/(D + K*X2)"
3600 RETURN
9980 PRINT (256*PEEK 16405 + PEEK
    16404 - 16384)/1024
9982 PAUSE 200
9984 CLS
9986 GOTO 1
9990 SAVE "SIMPSON"
9999 GOTO 1
```

MATRICES (SUMA DE FILAS Y DE COLUMNAS, Programa 23)

Podemos dimensionar una matriz T con M filas y N columnas mediante DIM T(M,N), introduciendo previamente en el programa los valores M y N. La entrada de datos de los elementos de la matriz se produce en las sentencias 70-100.
En la matriz T(M,N), un elemento cualquiera se puede definir como a_{ij} siendo I la fila y J la columna donde está situado.
De esta forma la matriz T(M,N) podría representarse como:

$$T(M,N) = \begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & (a_{ij}) & \vdots \\ a_{ml} & \cdots & a_{mn} \end{vmatrix}$$

Una columna se puede definir como a_{iN}, siendo N el número de la columna, y una fila como a_{Mj}, siendo M el número de la fila.
Para obtener y escribir la suma de las filas se utilizan las sentencias 170-340 y la de las columnas las sentencias 440-540.
Finalmente, las sentencias 390 y 560 obtienen las ''sumas de las sumas'', tanto de filas como de columnas.

CUADRADO MAGICO

Aprovechando el programa anterior vamos a comprobar si unos determinados números satisfacen las condiciones necesarias para ser CUADRADO MAGICO.
Estas condiciones son:
1.- Dentro de un cuadrado mágico de orden N se han de utilizar tan solo los N*N primeros números enteros. Por ejemplo: si N=3 se utilizarán SOLO los números del 1 al 3*3=9.
2.- Con dichos números se forma una matriz cuadrada de orden N (N filas y N columnas), cada una de las cuales ha de sumar $S = N(N^2 + 1)/2$.
3.- Las diagonales principales de la matriz también han de sumar S.
Para mayor facilidad se disponen las sumas a la derecha de las filas (sentencias 280-370) y las columnas bajo las columnas (sentencias 450-540). No se calculan las sumas de las diagonales, lo que se haría añadiendo:

```
600 DIM S(K)
610 LET S1 =O
620 FOR K =1 TO M
625 LET S(K) =O
630 LET S(K) =S(K)  + T(K,K)
640 NEXT K
650 PRINT AT (2*M + 12), (4*N + 4); ''DIAG 1 = '';S(K)
700 DIM S(L)
710 LET S1 =O
720 FOR L =1 TO M
725 LET S(L) =0
730 LET S(L) =S(L) + T(L,L)
740 NEXT L
```

750 PRINT AT (2*M + 14),(4*N + 4);''DIAG 2 = '';S(L)

Como puede verse, en la primera matriz que sumamos (de orden 4), las sumas de las columnas 1 y 2 no suman 34 (como debían sumar conforme a la fórmula anterior.) En la segunda matriz se obtiene el cuadrado mágico de orden 3. Finalmente en la tercera matriz se rectifica la primera matriz de orden 4, bastando para ello cambiar entre si los elementos a_{21} y a_{22}.

```
MATRIZ
DAR M =4
DAR N =4
DAR ELEMENTOS I,J


1    8    10   15  =  34
11   14   5    4   =  34
7    2    16   9  =  34
12   13   3    6  =  34

31   37   34   34


MATRIZ
DAR M =3
DAR N =3
DAR ELEMENTOS I,J

6    1    8  =  15
7    5    3  =  15
2    9    4  =  15

15   15   15


MATRIZ
DAR M =4
DAR N =4
DAR ELEMENTOS I,J

1    8    10   15 =  34
14   11   5    4  =  34
7    2    16   9  =  34
12   13   3    6  =  34

34   34   34   34
```

PROGRAMA NUM. 23-A

```
  5 PRINT ''MATRIZ''
  6 PRINT ''__(6)__''
  8 PRINT ''DAR M''
 10 INPUT M
 11 PRINT AT 2,10;'' = '';M;
 13 PRINT AT 3,0;''DAR N''
 14 INPUT N
 15 PRINT AT 3,10;'' = '';N;
 16 PRINT
 20 DIM T(M,N)
 70 FOR I = 1 TO M
 80 FOR J = 1 TO N
 85 PRINT AT 5,0;''DAR ELEMENTOS
     I,J''
 90 INPUT T(I,J)
 95 PRINT  AT  2*I + 6,  4*J + 3;  T(I,J)
100 NEXT J
110 NEXT I
150 PRINT ''TABLA''
170 FOR I = 1 TO M
180 FOR J = 1 TO N
200 NEXT J
220 NEXT I
250 PRINT AT 15,0;''SUMA DE COLUM-
    NAS''
280 DIM S(I)
290 LET S1 = 0
300 FOR I = 1 TO M
310 LET S(I) = 0
320 FOR J = 1 TO N
330 LET S(I) = S(I) + T(I,J)
340 NEXT J
350 PRINT      ''FILA'';I,''SUMA = '';S(I)
360 LET S1 = S1 + S(I)
```

```
370 NEXT I
390 PRINT "SUMA DE SUMAS DE FI-
    LAS";S1
440 PRINT "SUMA DE COLUMNAS"
450 DIM S(J)
460 LET S1=0
470 FOR J=1 TO N
480 LET S(J)=0
490 FOR I=1 TO M
500 LET S(J)=S(J)+T(I,J)
510 NEXT I
520 PRINT "COLUMNA";J,"SUMA";
    S(J)
530 LET S1=S1+S(J)
540 NEXT J
560 PRINT "SUMA DE SUMAS DE CO-
    LUMNAS";S1
```

PROGRAMA NUM. 23-B

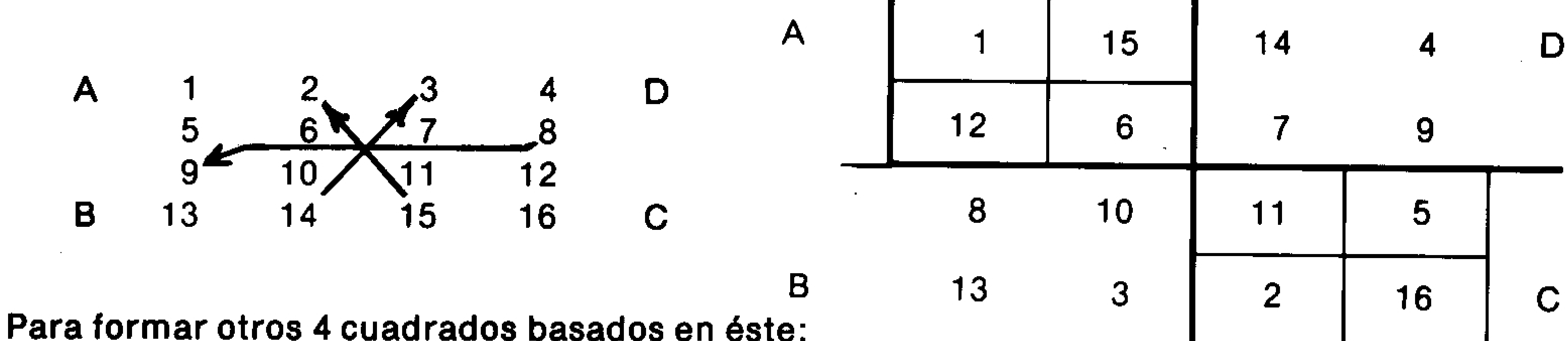
```
  1 FAST
  5 PRINT "MATRIZ"
  6 PRINT "__(6)__"
  8 PRINT AT 3,0;"DAR M"
 10 INPUT M
 11 PRINT AT 3,10;" = ";M;
 13 PRINT AT 4,0;"DAR N"
 14 INPUT N
 15 PRINT AT 4,10;" = ";N;
 20 DIM T(M,N)
 70 FOR I=1 TO M
 80 FOR J=1 TO N
 85 PRINT AT 6,0;"DAR ELEMENTOS
    I,J"
 90 INPUT T(I,J)
 95 PRINT AT 2*I+8, 4*J+1;T(I,J)
100 NEXT J
110 NEXT I
280 DIM S(I)
290 LET S1=0
300 FOR I=1 TO M
310 LET S(I)=0
320 FOR J=1 TO N
330 LET S(I)=S(I)+T(I,J)
340 NEXT J
350 PRINT AT 2*I+B, 4*N+4;" = ";
    S(I)
360 LET S1=S1+S(I)
370 NEXT I
450 DIM S(J)
460 LET S1=0
470 FOR J=1 TO N
480 LET S(J)=0
490 FOR I=1 TO M
500 LET S(J)=S(J)+T(I,J)
510 NEXT I
520 PRINT AT 2*M+12, 4*J+1;S(J)
540 NEXT J
```

COMO LOGRAR UN CUADRADO MAGICO (DIABOLIC SQUARE) DE ORDEN 4.

Partimos de un cuadrado con los 16 primeros números enteros ordenados de forma consecutiva.

1.- Mantenemos los 4 números centrales y los números de los extremos.

2.- Los restantes números se situan en el extremo contrario no ocupado.



Para formar otros 4 cuadrados basados en éste:

1.- Tomamos los 4 números de una cualquiera de las cuatro esquinas y los situamos en la zona central.

2.- Se situan en los extremos los 4 números que se encuentran en la esquina opuesta (no adyacente).

3.- una fila o columna con 2 elementos dados se ha de complementar con los dos elementos homólogos (de la fila o de la columna) del cuadrado adyacente.

I

11	14	4	5
8	1	15	10
13	12	6	3
2	7	9	16

II

1	8	10	15
14	11	5	4
7	2	16	9
12	13	3	6

III

8	1	15	10
11	14	4	5
2	7	9	16
13	12	6	3

IV

14	11	5	4
1	8	10	15
12	13	3	6
7	2	16	9

Por ejemplo: para formar el cuadrado I.

1.- Tomamos los 4 números de la esquina A(1, 15, 12, 6) y los situamos en el centro.

2.- Los 4 números de la esquina opuesta a la A (la C) se situan en las esquinas del nuevo cuadrado (11, 5, 2, 16).

3.- Tomamos la fila i (una cualquiera, la número uno por ejemplo).
Tenemos ya los números 11 y 5 situados en los extremos. Estos números se encuentran dentro del cuadrado que nos sirve de BASE en la esquina C, fila superior. Solo puede existir una fila homóloga: en la esquina B (fila superior) los números 14 y 4, con los que completamos la fila 1.

4.- Tomamos la columna j (por ejemplo la número 1). Tenemos ya los números 11 y 2 (esquina C, fila izquierda en el cuadrado base). Solo puede existir un homólogo: esquina D, fila izquierda, números 8 y 13

De esta forma pueden formarse los 48 cuadrados posibles de orden 4

CUADRADOS MAGICOS (Programa 24)

Los cuadrados mágicos estudiados hasta ahora solo son de orden 3 ó 4. Este Programa llega hasta el orden 7 y es un juego que demuestra la habilidad sumando y restando. Para ello en cada uno de los cuadrados que se generan falta una fila y una columna las cuales han de ser completadas por el jugador de forma correcta y en el menor tiempo posible.
En el Programa, la dimensión que se asigna en cada jugada depende:
a.- De la habilidad que dice tener ''a priori'' el jugador.
b.- De la destreza mostrada por el jugador en las jugadas precedentes medida en segundos (necesarios para completar correctamente los cuadrados).
Aparte de ésto el Programa indica en cada jugada la SUMA a la que se ha de llegar en filas y columnas.
El Programa es de dificultad progresiva y, a partir del orden 4 las operaciones son cada vez más difíciles.
Una nota final: la definición de ''Cuadrado mágico'' que aquí se utiliza NO es exactamente igual a la explicada en el Programa anterior.
En este que nos ocupa NO se considera imprescindible utilizar los primeros (N*N) números enteros para generar un cuadrado de orden N, por lo que la suma de lineas (filas, columnas o diagonales) no se ajusta siempre a la fórmula que entonces se estableció.

Basta de explicaciones y a jugar. Aprende rápido y podrás completar un cuadrado de n° 7 como este:

NUMERO MAGICO:
ES EL 182

EL RELOJ
SE HA DETENIDO

TIEMPO
ERES UN
GRAN MAESTRO
DE LA MAGIA
CLASE B
CATEGORIA 1

21 + 13 + 5 + 46 + 38 + 30 + 29
12 + 4 + 45 + 37 + 36 + 28 + 20
3 + 44 + 43 + 35 + 27 + 19 + 11
50 + 42 + 34 + 26 + 18 + 10 + 2
41 + 33 + 25 + 17 + 9 + 8 + 49
32 + 24 + 16 + 15 + 7 + 48 + 40
23 + 22 + 14 + 6 + 47 + 39 + 31

FIN DEL JUEGO
«DA 'S' PARA VOLVER A COMENZAR»

PROGRAMA NUM. 24

CUADRADOS MAGICOS

816
357
492

EN EL CUADRADO MAGICO QUE VES CADA FILA, COLUMNA Y DIAGONAL SUMA 15. HAY MUCHOS CUADRADOS POSIBLES Y EN ESTE JUEGO LOS PUEDO HACER DE HASTA [illegible] NUMEROS. UNA VEZ PREPARADO TE LO MOSTRARE FALTANDOLE ALGUNOS NUMEROS. EL JUEGO CONSISTE QUE RELLENES LOS ESPACIOS QUE FALTAN LO MAS RAPIDO POSIBLE.SI ERES RAPIDO SERAS PROMOVIDO AL CUADRADO DE TAMAÑO SIGUIENTE, SI NO TE MANTENDRE EN EL MISMO TAMAÑO O TE RELEGARE A UNO INFERIOR.

‹DA RUN CUANDO ESTES LISTO›

CUADRADOS MAGICOS

EL PROPOSITO DEL JUEGO ES EL DE SER PROMOVIDO AL MAS ALTO NIVEL EN LOS [illegible] MINUTOS QUE DURA CADA JUEGO. HAY TRES NIVELES DE DIFICULTAD. COMIENZA COMO NOVICIO. YO TE RECOMENDARE CUANDO CAMBIAR AL NIVEL SUPERIOR

‹DA RUN CUANDO ESTES LISTO›

DA GRADO DE DIFICULTAD
B PARA NOVICIO
E PARA EXPERTO
I PARA IMPOSIBLE

```
 1 REM CUADRADOS MAGICOS BY
   G. MEYER
10 SLOW
11 PRINT;" CUADRADOS MAGICOS"
12 PRINT     ,,,"816",,"357",,"492"
15 PRINT ,,"EN EL CUADRADO MA-
   GICO QUE VES","CADA FILA,
   COLUMNA Y DIAGONAL","SUMA
   15. HAY MUCHOS CUADRADOS"
20 PRINT "POSIBLES Y EN ESTE
   JUEGO LOS","PUEDO HACER DE
   HASTA [illegible] NUMEROS."
22 PRINT "UNA VEZ PREPARADO TE
   LO","MOSTRARE FALTANDOLE
   ALGUNOS"."NUMEROS. EL JUE-
   GO CONSISTE EN"
24 PRINT "QUE RELLENES LOS ES-
   PACIOS QUE","FALTAN LO MAS
   RAPIDO POSIBLE."
26 PRINT "SI ERES RAPIDO SERAS
   PROMOVIDO","AL CUADRO DEL
   TAMAÑO SIGUIENTE,"
28 PRINT "SI NO TE MANTENDRE
   EN EL MISMO","TAMAÑO O TE
   RELEGARE A UNO","INFERIOR.
   ",,"<DA RUN CUANDO ESTES
   LISTO>"
32 IF INKEY$<>"A" THEN GOTO 32
35 CLS
40 PRINT;"CUADRADOS MAGICOS"
42 PRINT "EL PROPOSITO DEL JUE-
   GO ES EL DE","SER PROMOVIDO
   AL MAS ALTO NIVEL","EN LOS
   [illegible] MINUTOS QUE DURA","CADA
   JUEGO. HAY TRES"
45 PRINT ,,"NIVELES DE DIFICUL-
   TAD. COMIENZA","COMO NOVI-
```

NUMERO MAGICO:
ES EL 34
EL RELOJ
SE HA DETENIDO

TIEMPO:
LLEVAS: 54 SEG.
PERMITIDO: 600 SG.

1 +	12 +	8 +	13
15 +	6 +	10 +	3
14 +	7 +	11 +	2
4 +	9 +	5 +	16

```
     CIO. YO TE RECOMENDARE",
     "CUANDO CAMBIAR AL NIVEL
     SUPERIOR"
 61 PRINT AT 20,0;"<DA RUN CUAN-
     DO ESTES LISTO>"
 65 IF INKEY$<>"R" THEN GOTO 65
 70 CLS
 80 PRINT ,,,,"DA GRADO DE DIFI-
     CULTAD",,,,," B PARA NOVICIO
     ",,," E PARA EXPERTO",,," I
     PARA IMPOSIBLE"
 88 LET D$ = INKEY$
 90 IF D$ = "B" OR D$ = "E" OR D$ =
     "I" THEN GOTO 92
 91 GOTO 88
 93 LET X = 1
 95 LET Y = 0
 96 LET PREV = 0
 97 LET B = 0
 98 CLS
 99 LET D = 3
100 FAST
101 FOR J = 0 TO 31
102 PRINT AT 9,J;"_(1)_"
103 IF J>=9 THEN GOTO 105
104 PRINT AT J,15;" I "
105 PRINT AT 9,15;" L "
106 NEXT J
109 REM IMPLEM. CUADRADO
120 LET ROW = 1
121 FOR J = 10 TO 20
122 PRINT AT J,O;" | "
123 NEXT J
124 FAST
125 DIM I(D,D)
130 DIM M(D,D)
140 IF D = 4 THEN GOTO 350
142 IF D = 6 THEN GOTO 400
144 GOSUB 150
146 GOTO 500
150 LET C = INT (D/2) + 1
160 LET M(ROW,C) = X
170 LET X = X + 1
180 LET C = C + 1
190 LET ROW = ROW - 1
200 IF ROW<1 THEN GOTO 260
210 IF C>D THEN GOTO 290
220 IF M(ROW,C)>0 THEN GOTO 320
230 LET M(ROW,C) = X
240 IF X>=(D**2 - .1 + Y) THEN RE-
     TURN
250 GOTO 170
260 IF C>D THEN GOTO 320
270 LET ROW = ROW + D
280 GOTO 230
290 LET C = C - D
300 GOTO 230
320 LET C = C - 1
330 LET ROW = ROW + 2
340 GOTO 230
350 REM CUARTO ORDEN
352 FOR J = 1 TO 4
353 FOR K = 1 TO 4
354 LET M(J,K) = X + 4*(J - 1) + K - 1
355 NEXT K
356 NEXT J
358 FOR J = 1 TO 2
360 LET I(J,J) = M(J,J)
362 LET M(J,J) = M(5 - J,5 - J)
364 LET M(5 - J,5 - J) = I(J,J)
366 LET K = 5 - J
368 LET I(J,K) = M(J,K)
370 LET M(J,K) = M(K,J)
372 LET M(K,J) = I(J,K)
374 NEXT J
376 GOTO 500
400 REM SEXTO ORDEN
410 LET D = 3
420 GOSUB 150
430 LET D = 6
432 FOR J = 1 TO 3
434 FOR K = 1 TO 3
436 LET M(J,K + 3) = M(J,K) + 18
438 LET M(J + 3,K) = M(J,K) + 27
440 LET M(J + 3,K + 3) = M(J,K) + 9
442 NEXT K
444 NEXT J
446 FOR J = 1 TO 3
448 LET K = 1
450 IF J = 2 THEN LET K = 2
452 LET I(J,K) = M(J,K)
454 LET M(J,K) = M(J + 3,K)
456 LET M(J + 3,K) = I(J,K)
458 NEXT J
500 REM ROTACION Y REFLEXION
510 LET R = RND
520 LET S = RND
530 IF S>.33 THEN GOTO 670
540 FOR J = 1 TO D
550 FOR K = 1 TO D
560 LET I(K,D + 1 - J) = M(J,K)
570 NEXT K
```

```
580 NEXT J
590 LET R = R - .33
600 FOR J = 1 TO D
610 FOR K = 1 TO D
620 LET M(J,K) = I(J,K)
630 NEXT K
640 NEXT J
650 IF R>.1 THEN GOTO 540
660 GOTO 800
670 IF S>.66 THEN GOTO 740
680 FOR J = 1 TO D
690 FOR K = 1 TO D
700 LET I(D + 1 - J,K) = M(J,K)
710 NEXT K
720 NEXT J
730 GOTO 600
740 FOR J = 1 TO D
750 FOR K = 1 TO D
760 LET I(J,D + 1 - K) = M(J,K)
770 NEXT K
780 NEXT J
790 GOTO 600
800 REM PRINT RUTINAS
810 LET VL = 17 - 2*D
820 LET VR = 17 + D
830 LET HU = 14 - INT(D/2)
840 LET HL = 16 + INT(D/2)
850 FOR J = VL TO VA
860 PRINT AT HU,J;"■"
870 PRINT AT HL,J;"■"
880 NEXT J
890 FOR J = 1 TO D
900 FOR K = 1 TO D
910 IF J = 3 OR K = 3 THEN GOTO 960
920 IF M(J,K)<10 THEN GOTO 950
930 PRINT AT HU + J,VL + 1 + (K - 1)*3
    ;M(J,K);" + "
940 GOTO 960
950 PRINT AT HU + J,VL + 2 + (K - 1)*3
    ;M(J,K);" + "
960 NEXT K
970 NEXT J
980 FOR J = HU TO HL
990 PRINT AT J,VL;"■"
1000 PRINT AT J,VR;" ■ "
1001 NEXT J
1005 PRINT AT 1,16;"TIEMPO:-"
1010 PRINT AT 6,16;"PERMITIDO:600
     SG"
1020 PRINT AT 3,16;"LLEVAS:"
1025 PRINT AT 4,24;"_____(3)_____"
1030 PRINT AT 3,23;"SEG."
1100 REM NUMERO MAGICO
1110 LET MN = (D**3 + D)/2 + D*Y
1120 PRINT AT 1,1;"NUMERO MAGI-
     CO"
1130 PRINT AT 3,6;"  (7)  "
1140 PRINT AT 3,3;"ES EL";MN
1145 PRINT AT 4,9;"  (3)  "
1150 PRINT AT 6,3;"EL RELOJ"
1160 PRINT AT 7,2;"HA COMENZADO"
1170 PRINT AT 21,2;"DA EL NUMERO Y
     DA N/L"
1200 REM RELOJ Y RUTINA DE EN-
     TRADA
1210 POKE 16436,255
1220 POKE 16437,255
1230 SLOW
1240 LET J = 3
1250 FOR K = 1 TO D
1255 IF K = J THEN GOTO 1380
1260 LET A$ = "??"
1270 PRINT AT HU + J,VL + 1 + (K - 1)*3
     ;A$
1275 INPUT A
1280 LET TIME = PEEK 16436 + 256*
     PEEK 16437
1285 LET TOT = (65536 - TIME)/45 +
     PREV
1290 PRINT AT 3,24;INT (TOT)
1305 PRINT AT HU + J,VL + 1 + (K - 1)*3
     ;"  "
1310 IF A = M(J,K) THEN GOTO 1350
1320 LET A$ = "BB"
1330 IF A>M(J,K) THEN LET A$ = "AA"
1340 GOTO 1270
1350 LET Z = 1
1360 IF M(J,K)<10 THEN LET Z = 2
1370 PRINT AT HU + J,VL + Z + (K - 1)*3
     ;M(J,K);
1374 IF K = D THEN GOTO 1380
1376 PRINT " + "
1380 NEXT K
1400 LET K = 3
1410 FOR J = 1 TO D
1420 LET A$ = "??"
1430 PRINT AT HU + J,VL + 1 + (K - 1)*3
     ;A$
1435 INPUT A
1440 LET TIME = PEEK 16436 + 256*
     PEEK 16437
1445 LET TOT = (65536-TIME)/45 +
```

```
     PREV
1450 PRINT AT 3,24;INT (TOT)
1465 PRINT AT HU+J,VL+1+(K-1)*3
     ;"   "
1470 IF A=M(J,M) THEN GOTO 1510
1480 LET A$="BB"
1490 IF A>M(J,M) THEN LET A$="AA
     "
1500 GOTO 1430
1510 LET Z=1
1520 IF M(J,K)<10 THEN LET Z=2
1530 PRINT AT HU+J,VL+Z+(K-1)*3
     ;M(J,K);
1534 IF D=3 THEN GOTO 1540
1536 PRINT "+"
1540 NEXT J
1550 PRINT AT 21,O;"                    "
1560 PRINT AT 7,0;"SE HA DETENI-
     DO"
1600 REM EVALUACION
1610 IF (65536-TIME)/45)D**3*2 THEN
     GOTO 1680
1620 IF (65536-TIME)/45‹D**3 THEN
     GOTO 1660
1630 LET B=B+1
1640 LET X=INT (.5*(RND*((CODE D$
     -38)**2+1)))+1
1645 LET Y=X-1
1650 GOTO 1710
1660 LET D=D+1
1670 GOTO 1690
1680 LET D=D-1
1690 LET B=0
1700 LET X=INT (RND*((CODE D$-38)
     **2+1))+1
1705 LET  Y=X-1
1710 LET PREV=TOT
1720 IF D=8 THEN GOTO 1910
1730 IF D=2 THEN LET D=3
1740 IF D=3 THEN LET B$=" NOVI-
     CIO"
1750 IF D=5 THEN LET B$="  EXPER-
     TO"
1760 IF D=6 THEN LET B$="  MAES-
     TRO"
1770 IF D=7 THEN LET B$=" GRAN
     MAESTRO"
1780 IF D=4 THEN LET B$=" APREN-
     DIZ"
1782 FOR I=3 TO 8
1784 PRINT AT I,16;"            "
1786 NEXT I
1790 PRINT AT 4,19;"ERES UN      "
1800 PRINT AT 5,16;B$
1810 PRINT AT 5,18;"DE LA MAGIA"
1812 PRINT AT 7,18;"CLASE";D$
1825 PRINT AT 8,16;"           "
1826 IF B=0 THEN GOTO 1835
1830 PRINT AT 8,17;"CATEGORIA";B
1835 FOR J=1 TO 50
1836 NEXT J
1838 IF PREV<600 THEN CLS
1840 IF PREV<600 THEN GOTO 100
1850 PRINT AT 10,2;"FIN DEL JUEGO"
     ,,"<DA """S" PARA VOLVER A
     COMENZAR>"
1890 IF INKEY$<>"S" THEN GOTO 1890
1900 GOTO 93
1910 PRINT AT 1,2;"EXCELENTE"
1920 PRINT ,,"INTENTA",,"EL SI-
     GUIENTE",,"NIVEL DE",,"DIFI-
     CULTAD"
1950 PRINT "DA RUN"
1960 IF INKEY$<>"R" THEN GOTO
     1960
1970 GOTO 70
8090 STOP
9000 SAVE "CUADRADOS"
9010 RUN
9999 PRINT (PEEK 16404+256*PEEK
     16405-16509)/1024
```

AÑADIR

```
1850 PAUSE 400
1852 CLS
```

PARTE I .- RELACION DE SENTENCIAS PRINT CON CARACTERES INVERSOS.

PROGRAMA 1
48 SUMA
180 NO
220 BIEN
PROGRAMA 2
50 SUMA
180 NO
220 BIEN
PROGRAMA 3
50 RESTA
180 NO
230 BIEN
PROGRAMA 4
55 MATEMATICAS
115 MATEMATICAS
PROGRAMA 5
55 MATEMATICAS
PROGRAMA 8
6 PRIMOS
PROGRAMA 10
10 CAMBIO DE BASE
PROGRAMA 13
12 ECUACION DE TERCER GRADO
PROGRAMA 14
1 RAICES DE LA ECUACION DE GRADO 3
15 SOLUCION
PROGRAMA 15-A y 15-B
5 RAICES DE UNA FUNCION
225 RAICES DE UNA FUNCION
2505 RAICES DE UNA FUNCION
4410 CALCULO DE RAICES DE POLINOMIOS
5405 RAICES DE FUNCION NO ALGEBRAICA
PROGRAMA 16
12 OPERACIONES CON MATRICES
36 OPCION
2010 FRACCIONAMIENTO DE CADENAS
PROGRAMA 18
1280 MATRIZ PRODUCTO
2150 MATRIZ
3001 MATRIZ
5325 MATRIZ
PROGRAMA 19
50 SISTEMAS DE ECUACIONES
76 CARACTERISTICAS
3004 MATRIZ DE LOS COEFICIENTES
3505 RESULTADOS DEL SISTEMA
5505 MATRIZ INVERSA
6001 MATRIZ DE ERRORES
6201 MATRIZ DE ERRORES

6565 DIFERENCIAS

PROGRAMA 20

1007 ORDEN DE MAYOR A MENOR
1009 ORDEN DE MENOR A MAYOR

PROGRAMA 21

20 CLASIFICACION DE MATRICES
510 CRITERIOS DE CLASIFICACION
7002 CLASIFICACION DE MATRICES
8002 CLASIFICACION DE MATRICES

PROGRAMA 22

20 INTEGRACION POR SIMPSON
78 INTEGRACION POR SIMPSON
3020 OPCIONES

PROGRAMA 24

11 CUADRADOS MAGICOS
16 15
20 49
40 CUADRADOS MAGICOS
80 GRADO DE DIFICULTAD
1005 TIEMPO
1020 NUMERO MAGICO
1850 FIN DEL JUEGO

APLICACIONES ECONOMICAS (INDICE) - PARTE II

PROGRAMA NUMERO

APLICACIONES ECONOMICAS (BIBLIOGRAFIA)

1.- Distribución NORMAL.
T. Hartnell (Microcomputer Printout, May. 82)
Programación Basic (Kemeny y Kurtz, pag.133-134)
2.- Interpolación de puntos discretos.
Hewlett Packard (Cubic Spline Interpolator)
3.- Desestacionalización de series numéricas.
Traitement statistique des donneés en informatique de gestion
(J.F. PHELIZON, DUNOD, pag. 192-213)
4.- Ajuste por mínimos cuadrados.
Programación Basic (B.S. GOTTFRIED, SCHAUM, pag. 173-174)
5.- Amortización de un Préstamo.
Hewlett Packard (loan)
6.- Método de Camino Crítico.
Programación Basic(Kemeny y Kurtz, pag.111-112)
Introducción al PERT (F. SANCHEZ-VALLEJO, 16 Artículos Revista "CIMBRA" 1965-1970)
7.- Algoritmo Cascada (distancias mínimas entre nudos de una red)
Revista CHIP, número 4, pag. 63-66, junio 1981.
8.- Algoritmo del viajante de comercio.
Revista CHIP, número 8, noviembre 1981, pag. 93-98.
9.- Tasa de Rendimiento Interno de una Inversión (TIR).
Curso de conferencias sobre el Petróleo (CAMPSA 1976)
J.J. ATIENZA
10.- Presupuesto familiar anual.

Programa realizado por José Angel López.

APLICACIONES ECONOMICAS

Se incluyen dentro de este apartado programas relacionados más o menos directamente con la Economía.
Al ser las Matemáticas y la Estadística ciencias APLICADAS a la Economía no debe resultar demasiado extraño considerar aquí programas de tipo ESTADISTICO como la Distribución Normal (o de GAUSS) y la Desestacionalización de Series Numéricas (Temporales); o programas MATEMATICOS como la Interpolación de puntos discretos y el Ajuste a una nube de puntos por el método de los mínimos cuadrados, junto con programas de TRANSPORTE como "CASCADA" o El problema del viajante de comercio, de GRAFOS como el Método de Camino Crítico y tipicamente FINANCIEROS como la Amortización de un Préstamo o la obtención de la Tasa de Rendimiento Interno de una Inversión.
Debido a esta UNIDAD DE PROPOSITO se recopilan juntos aquí, aún cuando los lectores a quienes puedan interesar NO sean necesariamente los mismos en cada uno de ellos.

DISTRIBUCION NORMAL (Programa ''NORMAL'', número 1)

Supongamos que medimos la estatura de los soldados de un determinado reemplazo, (o de las niñas de 1° de BUP de todos los colegios de España), la agrupamos de centímetro en centímetro y relacionamos el NUMERO de soldados (o niñas) con su estatura, representándolo luego en un grafico.
Lo que resultará sera una curva parecida al gráfico de la Distribución Normal.
Esta Distribución estadística supone valores CONTINUOS, motivo por el cual insistimos al principio en la medición de un número muy grande de elementos (soldados o niñas), pues de otra forma los valores serían sensiblemente escalonados y no contínuos.

La Distribución Normal tiene forma de campana invertida. Para cada valor de la estatura E, la probabilidad P de que un soldado (o niña) alcancen un valor MENOR o IGUAL al considerado será el % del AREA comprendida bajo la curva desde el principio hasta ese valor (es decir: el area rayada en la figura 2), siendo el area total bajo la curva = 1.

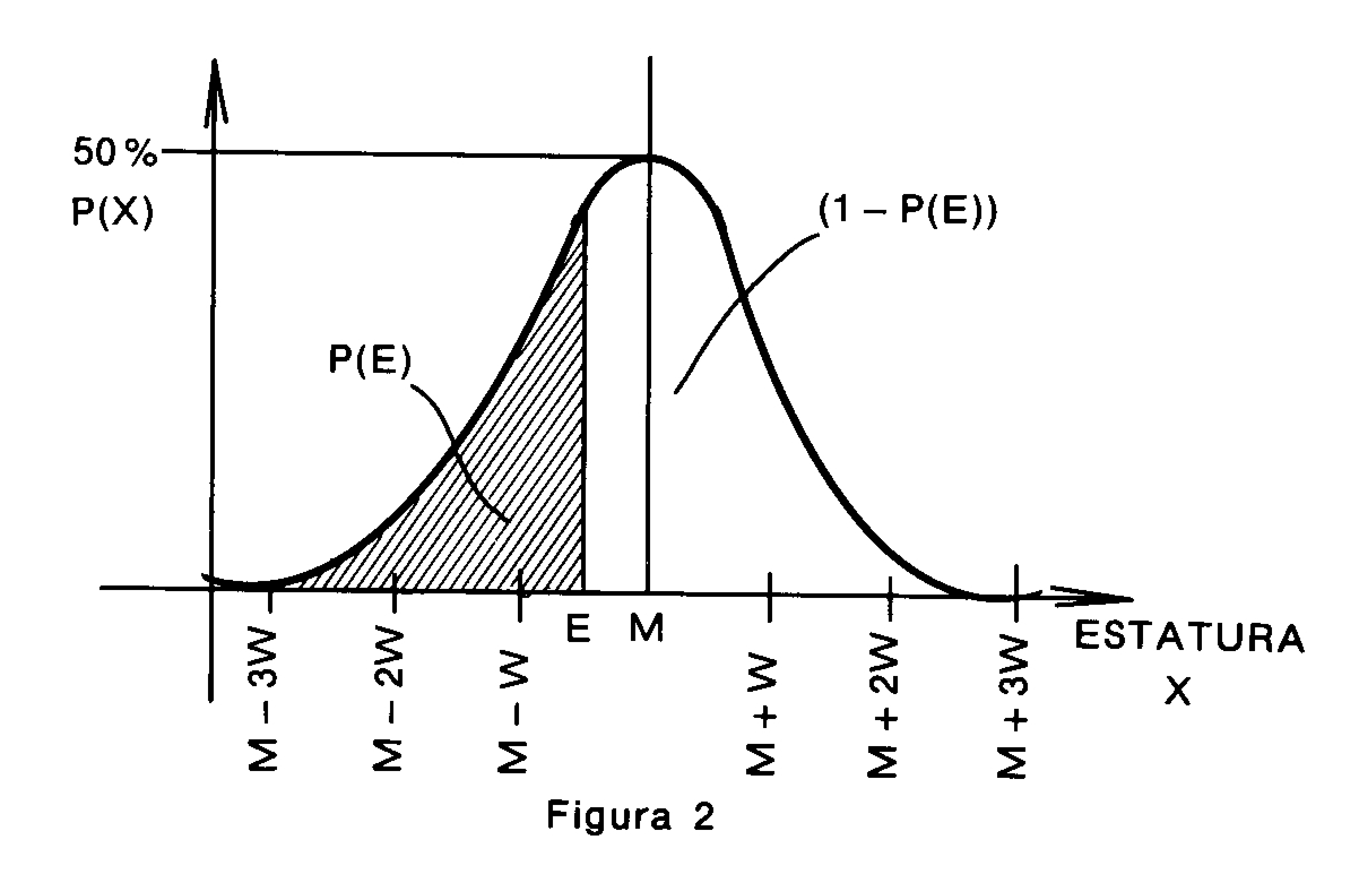


Figura 2

Si deseamos conocer la probabilidad de que los soldados rebasen esa estatura (valor ''MAYOR QUE''), calcularemos sencillamente el area no rayada (desde el valor E hasta el final de la curva) mediante (1-P).
Los dos valores más importantes para definir una Función de Distribución estadística son la MEDIA (M), valor medio de los datos introducidos, y la DESVIACION STANDARD o TIPICA (W), concentración de la Distribución alrededor de la media.
La Función de Densidad de la Distribución Normal es SIMETRICA (asimetría = 0), con un máximo en el valor medio (M), 2 puntos de inflexión para (M-W) y (M + W) y una asíntota para P = 0.
Los valores teóricos de la probabilidad se calculan mediante sentencias 22-130.

Los datos (generalmente tomados de la realidad) se introducen para conocer CUANTO se parece el conjunto de estos valores puntuales (y cuyo número es suficientemente pequeño como para no ser considerado como infinito-p.e. entre 15 y 500 valores) a la Distribución Normal TEORICA.

Para estudiar esta aproximación obtenemos primeramente la MEDIA, la Desviación Standard (varianza**0.5), y los valores de ASIMETRIA (>0 = hacia la derecha, <0 = hacia la izquierda) y KURTOSIS (o apuntamiento, medida de la concentración de los valores alrededor de la media).
Se calculan también otros valores estadísticos (mediante CONT y N/L) pero para su comprensión y utilización se ha de hacer uso de conocimientos de Estadística Superior, por lo que recomendamos al lector el uso de la Bibliografía.
La Probabilidad de alcanzar (como máximo) un valor dado (X1) es el area bajo la ''campana'' desde la parte izquierda hasta dicho valor.
La Probabilidad entre dos valores dados (X1 y X2) es el area de la curva entre esos dos valores.
Para obtener Probabilidades de valores de la variable a estudiar se TIPIFICA dicha variable. Es decir, se transforman los valores reales en otros medibles en las TABLAS de la Distribución Normal Teórica mediante Z = (X1-M)/W y con estos valores se entra en la Tabla de Probabilidades.
Pero dicha TABLA solo obtiene Probabilidades de los valores de la mitad de la Distribución Normal, y siempre en función del valor ABS Z.
Por eso necesitamos decirle al Programa si el valor del cual queremos obtener la Probabilidad (X1) es menor, mayor o igual que la media (M). O sea, si X1 se encuentra en la parte izquierda, derecha o en el punto central de la Distribución.
Si está en la parte izquierda calculamos de forma indirecta el valor P(X) del area contenida en la parte izquieda de la curva.
Si está en la parte derecha, se calcula directamente el area contenida en la curva entre la media y dicho valor, sumándole P(M) = 0.5.
Si el valor es igual a la media su probabilidad P(X) = P(M) = 0.5 como hemos visto anteriormente, al ser simétrica la curva respecto de su media .
Toda esta explicación se condensa en las OPCIONES expresadas en el Programa. Al faltar los gráficos de alta resolución en el ZX-81 toda curva que se dibuje por medios simples no pasa de ser una buena intención. Mediante la opción G se obtiene una GRAFICA de la función de Densidad de la Distribución Normal y de la probabilidad acumulada a partir de P(X) = 0.5 y W = 0 valor que se corresponde con la media de la Distribución Normal. En ordenadas figuran las Probabilidades P(X) y en abcisas los valores de la variable tipificada medidos en función de W.
La curva acumulada quiere decir que, si un valor X1 es mayor que M(W = 0), la probabilidad P(X) de alcanzar un valor X1 es mayor que 0.5, valor que se puede medir en ordenadas con buena voluntad.
En este programa los datos no se obtienen por pantalla mediante ninguna opción, sin embargo los datos se introducen y se escriben en pantalla mediante la opción D. Para acceder a los datos del programa sin borrarlos habría que añadir:

```
1720 PRINT AT 20,0; ''I = DATOS INTRODUCIDOS''
17 IF W$ = ''I'' THEN GOSUB 5000
5000 = 7001
5002 PRINT AT 4,0; ''NUMERO DE DATOS''; N
5003 PRINT AT 5, 18; ''(3)''
5005 FOR I = 1 TO N
5040 a 5052 igual que las sentencias 7040 a 7052
5058 NEXT I
5060 RETURN
```

PROGRAMA NUM.1

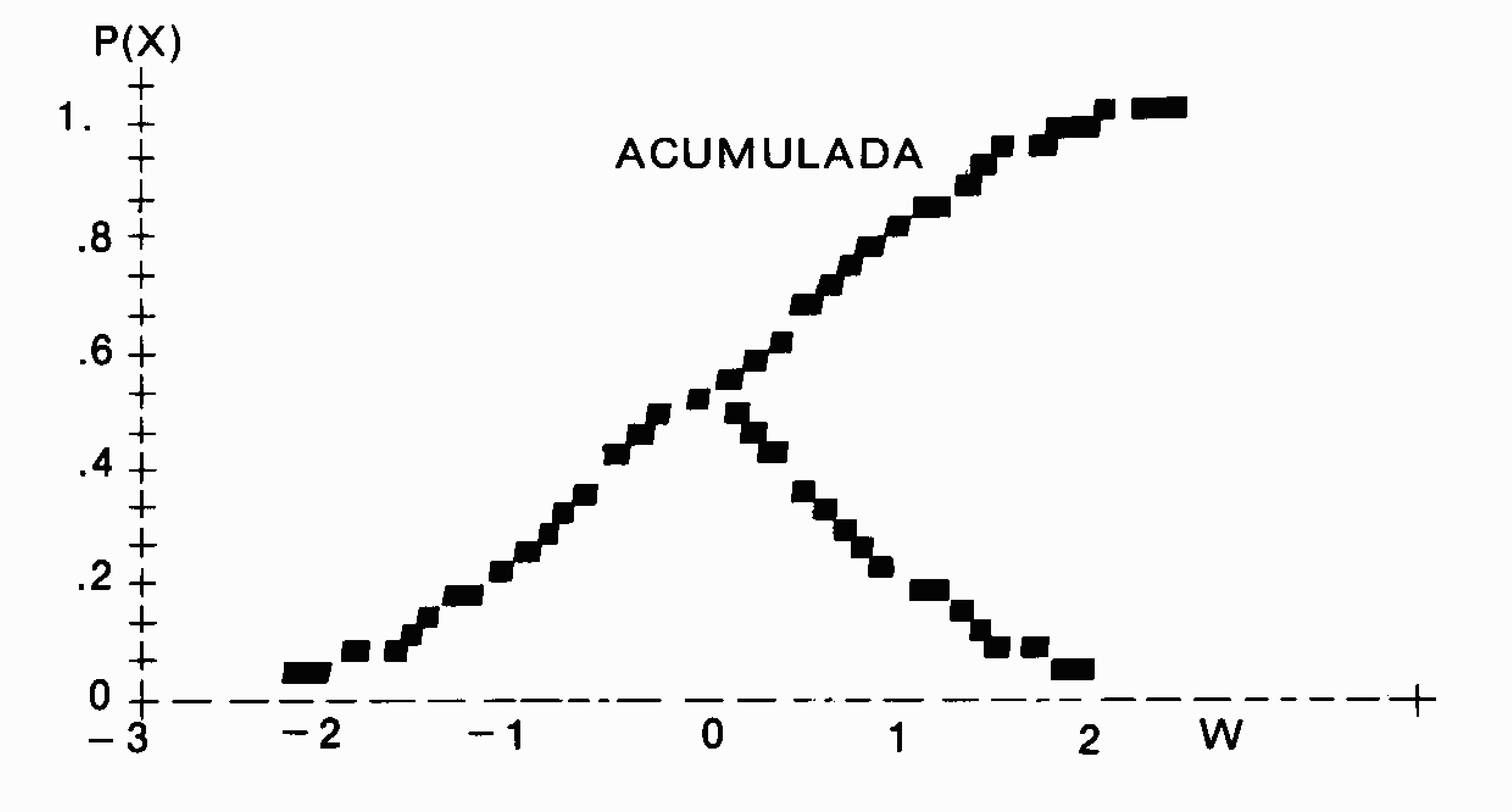
DISTRIBUCION NORMAL

OPCIONES:
T = TABLA DE P(X) (PROBABILIDAD.)
G = GRAFICA DE P(X)
D = DATOS DE UNA MUESTRA
E = ESTADISTICOS DE UNA MUESTRA
P = PROBABILIDAD VALOR DADO
V = PROB ENTRE 2 VALORES DADOS

TABLA DE VALORES (DIST.normal)

X	P(X)	X	P(X)
0	O	1.5	0.4331
0.1	.0398	1.6	0.4452
0.2	.0.792	1.7	0.4554
0.3	0.1179	1.8	0.464
0.4	0.1554	1.9	0.4712
0.5	0.1914	2	0.4772
0.6	0.2257	2.1	0.4821
0.7	0.258	2.2	0.486
0.8	0.2881	2.3	0.4892
0.9	0.3159	2.4	0.4918
1	0.3413	2.5	0.4937
1.1	0.3643	2.6	0.4953
1.2	0.3849	2.7	0.4965
1.3	0.4031	2.8	0.4974
1.4	0.4192	2.9	0.4981
		3	0.4986

FUNC. DE DENSIDAD (DIST. NORMAL)



ESTADISTICOS DE LA MUESTRA

NUM DE VALORES = 20
MEDIA = 8.5
DESV. STANDARD = 4.1864443
ASIMETRIA = – 0.49779929
KURTOSIS = 3.092651

ESTADISTICOS DE LA MUESTRA

NUM DE VALORES = 20
SUMA DE VALORES = 170
SUMA DE CUADRADOS = 1778
MEDIA = 8.5
VARIANZA = 17.526316
DESV. STANDARD = 4.1864443
ERROR PROBABLE = 2.8237567
ERR STANDARD PROM = 1.330274
COEF VARIACION = 1.78148

PROBABILIDAD DE UN VALOR DADO

VALOR≥ = 13
MEDIA = 8.5
DESV. STANDARD = 4.1864443
PROBABILIDAD = **0.85878951**

DESEAS OTRO VALOR? (S/N)

PROBABILIDAD ENTRE DOS VALORES DADOS

```
ENTRE 13 Y 7
MEDIA = 8.5
DESV. STANDARD = 4.1864443
PROBABILIDAD = 0.49872923

DESEAS OTRO VALOR? (S/N)
```

```
10 PRINT AT 0,4;"DISTRIBUCION NORMAL"
11 FAST
12 GOSUB 1700
13 CLS
14 IF W$="D" THEN GOSUB 7000
15 IF W$="G" OR W$="T" THEN GOSUB 22
16 IF W$="E" THEN GOSUB 7200
18 IF W$="P" THEN GOSUB 8000
19 IF W$="V" THEN GOSUB 8500
20 GOTO 10
22 FOR X=0 TO 3 STEP .1
30 LET T=1/(1+0.231642*X)
40 LET Q=1/SQR (2*PI)*EXP (-X**2/2)
50 LET A=0.319382
60 LET B=-0.356564
70 LET C=1.781480
80 LET D=-1.821256
90 LET E=1.330274
100 LET F=Q*(A*T+B*T**2+C*T**3+D*T**4+E*T**S)
102 IF X=0 THEN LET F=.49999
110 IF W$="G" THEN GOSUB 1500
120 IF W$="T" THEN GOSUB 1300
127 IF W$="V" THEN RETURN
128 IF W$="P" THEN RETURN
130 NEXT X
200 PAUSE 400
210 CLS
220 RETURN
1300 REM TABLA
1302 PRINT AT 0,0;"TABLA DE VALORES (DIST.NORMAL)"
1305 PRINT AT 4,0;"          "
1306 PRINT AT 3,1;"X";AT 3,7;"P(X)";AT 3,16;"X";AT 3,22;"P(X)"
1307 PRINT AT 4,0;"————";AT 4,6;"————————";AT 4,15;"——————";AT 4,21;"————————"
1310 IF X<=1.5 THEN PRINT AT X*10+6,0;X;AT X*10+6,6;(INT (10**4*((1-F)-.5)))/10**4;
1315 IF X>=1.5 THEN PRINT AT X*10-9,15;X;AT X*10-9,21;(INT (10**4*((1-F)-.5)))/10**4
1350 RETURN
1500 REM GRAFICA
1503 PRINT AT 3,0;"P(X)"
1505 PRINT AT 0,0;"FUNC.DE DENSIDAD (DIST.NORMAL)"
1507 PRINT AT 6,15;"ACUMULADA"
1510 PRINT AT 20,2;"+----+----+----+----+----+---"
1512 PRINT AT 21,1;"-3   -2   -1   0   1   2 W"
1515 FOR I=1 TO 17
1520 PRINT AT I+3,2;"+"
1530 NEXT I
1535 PLOT 36+12*X,30*F+2
1537 IF X<2.0 THEN PLOT 36+12*X,36-(30*F+2)
1542 PLOT 32-12*X,30*F+2
1544 PLOT 34,18
1550 PRINT AT 20,1;"0"
1560 PRINT AT 8,0;".8"
1562 PRINT AT 5,0;"1."
1564 PRINT AT 11,0;".6"
1566 PRINT AT 14,0;".4"
1568 PRINT AT 17,0;".2"
1580 RETURN
1700 PRINT AT 5,0;"OPCIONES:"
1705 PRINT AT 8,0;"T=TABLA DE P(X) (PROBABILIDAD.)"
1707 PRINT AT 10,0;"G=GRAFICA DE P(X)"
1709 PRINT AT 12,0;"D=DATOS DE UNA MUESTRA"
1710 PRINT AT 14,0;"E=ESTADISTI-COS DE UNA MUESTRA"
```

```
1711 PRINT AT 16,0;''P=PROBABILI-
     DAD VALOR DADO''
1715 PRINT AT 18,0;''V=PROB ENTRE
     2 VALORES DADOS''
1728 INPUT W$
1730 CLS
1750 RETURN
7000 REM
7001 PRINT ''PARAMETROS DE UNA
     DISTRIB NORMAL''
7002 PRINT AT 4,0;''NUMERO DE DA-
     TOS='';
7003 PRINT AT 5,18;''___(3)___''
7004 INPUT N
7005 PRINT AT 4,18;N
7006 LET K=0
7007 LET AA=0
7020 LET S=0
7030 LET S2=0
7035 DIM X(N)
7040 FOR I=1 TO N
7041 PRINT AT 21,0;''DATO'';I
7042 INPUT X(I)
7047 IF I>0 AND I<=13 THEN PRINT AT
     I+5,0;X(I)
7048 IF I>13 AND I<=26 THEN PRINT
     AT I+5-13,6;X(I)
7049 IF I>26 AND I<=39 THEN PRINT
     AT I+5-26,12;X(I)
7050 IF I>39 AND I<=52 THEN PRINT
     AT I+5-39,18;X(I)
7052 IF I>52 AND I<=65 THEN PRINT
     AT I+5-52,24;X(I)
7054 LET S=S+X(I)
7056 LET S2=S2+(X(I)*X(I))
7058 NEXT I
7060 LET M=S/N
7062 FOR I=1 TO N
7063 LET BB=(X(I)-M)
7064 LET AA=AA+(BB*BB*BB)
7065 LET CC=BB*BB
7066 LET K=K+(CC*CC)
7069 NEXT I
7090 LET V=(N*S2-S*S)/N/(N-1)
7100 LET W=V**.5
7110 LET P=.6745*W
7120 LET E=(V/N)**.5
7130 LET C=W/M
7145 LET AS=AA/(N*(W**3))
7160 LET KU=K/(N*(W**4))
7180 PAUSE 100
7190 CLS
7195 RETURN
7200 PRINT ''ESTADISTICOS DE LA
     MUESTRA''
7203 PRINT AT 4,0;''NUM DE VALORES
     '';AT 4,18;''='';N
7205 PRINT AT 6,0;''MEDIA'';AT 6,18;
     ''='';M
7210 PRINT AT 8,0;''DESV. STANDARD
     '';AT 8,18;''='';W
7220 PRINT AT 10,0;''ASIMETRIA'';AT
     10,18;''='';AS
7230 PRINT AT 12,0;''KURTOSIS'';AT
     12,18;''='';KU
7250 PAUSE 500
7260 CLS
7300 PRINT ''ESTADISTICOS DE LA
     MUESTRA''
7303 PRINT AT 4,0;''NUM DE VALORES
     '';AT 4,18;''='';N
7310 PRINT AT 6,0;''SUMA DE VALO-
     RES'';AT 6,18;''='';S
7320 PRINT AT 8,0;''SUMA DE CUA-
     DRADOS'';AT 8,18;''='';S2
7325 PRINT AT 10,0;''MEDIA'';AT 10,18
     ;''='';M
7335 PRINT AT 12,0;''VARIANZA'';AT
     12,18;''='';V
7345 PRINT AT 14,0;''DESV. STAN-
     DARD'';AT 14,18;''='';W
7355 PRINT AT 16,0;''ERROR DE PRO-
     BABLE'';AT 16,18;''='';P
7365 PRINT AT 18,0;''ERR STANDARD
     PROM'';AT 18,18;''='';E
7375 PRINT AT 20,0;''COEF VARIA-
     CION'';AT 20,18;''='';C
7400 PAUSE 500
7450 CLS
7500 RETURN
8000 REM
8010 PRINT ''PROBABILIDAD DE UN
     VALOR DADO''
8020 PRINT AT 4,0;''VALOR <'';
8030 PRINT AT 5,8;''___(3)___''
8040 INPUT X1
8045 PRINT AT 4,8;X1
8047 PAUSE 50
8050 LET X=((X1-M)/W)
8055 IF X<0 THEN LET X=-X
8060 GOSUB 30
8100 IF X1<M THEN LET F=F
```

```
8110 IF X1›M THEN LET F =1 – F
8120 IF X1 = M THEN LET F = .5
8150 PRINT AT 8,0;''MEDIA = '';M
8160 PRINT AT 10,0;''DESV. STAN-
     DARD = '';W
8170 PRINT AT 12,0;''PROBABILIDAD =
     '';F
8172 PRINT AT 13,17;''____(10)____''
8175 PRINT AT 21,0;''DESEAS OTRO
     VALOR ? (S/N)''
8180 INPUT F$
8185 IF F$ = ''S'' THEN CLS
8190 IF F$ = ''S'' THEM GOTO 8000
8200 RETURN
8500 REM
8505 PRINT ''PROBAB ENTRE DOS VA-
     LORES DADOS''
8510 PRINT AT 4,0;''ENTRE   Y''
8515 PRINT AT 5,6;''__(3)__'';AT 5,12;
     ''__(3)__'';
8520 INPUT X1
8530 PRINT AT 4,6;X1
8540 INPUT X2
8550 PRINT AT 4,12;X2
8555 PAUSE 50
8665 LET X = ((X1 – M)/W)
8670 IF X<0 THEN LET X = – X
8672 GOSUB 30
8675 IF X1<M THEN LET F1 = F
8677 IF X1>M THEN LET F1 = 1 – F
8680 IF X1 = M THEN LET F1 = .5
8690 LET X = ((X2 – M)/W)
8691 IF X<0 THEN LET X = – X
8692 GOSUB 30
8700 IF X2<M THEN LET F2 = F
8710 IF X2>M THEN LET F2 = 1 – F
8720 IF X2 = M THEN LET F2 = .5
8730 IF F2>F1 THEN LET F3 = F2 – F1
8735 IF F2<F1 THEN LET F3 = F1-F2
8740 IF F2 = F1 THEN LET F3 = 0
8750 PRINT AT 8,0;''MEDIA (11) = '';M
8760 PRINT AT 10,0;''DESV. STAN-
     DARD = '';W
8770 PRINT AT 12,0;''PROBABILIDAD =
     '';F3
8772 PRINT AT 13,17;''____________''
8775 PRINT AT 21,0;''DESEAS OTRO
     VALOR?(S/N)''
8780 INPUT F$
8785 IF F$ = ''S'' THEN CLS
8790 IF F$ = ''S'' THEN GOTO 8500
8800 RETURN
9980 PRINT (256*PEEK 16405 + PEEK
     16404 – 16384)/1024
9982 PAUSE 200
9984 CLS
9986 GOTO 10
9990 SAVE ''NORMAL''
9999 GOTO 10
```

INTERPOLACION DE PUNTOS DISCRETOS (Programa ''INTER'', número 2)

Este Programa calcula una curva F(x) que pasa a través de N puntos, datos previos introducidos por el usuario y para obtenerla utiliza cierta información que calcula previamente en toda la longitud del intervalo de datos.
La información calculada automáticamente por el Programa es la INTEGRAL de F(x) en el intervalo considerado y las DERIVADAS 1ª y 2ª de F(x) en los puntos del intervalo. Posteriormente a la entrada de datos el Programa da opción a modificarlos (''Deseas cambiar algún valor? (S/N)'').
Los resultados pueden obtenerse mediante dos alternativas:

a.- Con valores de puntos definidos por el usuario.
En tal caso se han de proporcionar al Programa: el número de puntos a interpolar (5 en el ejemplo) y la ordenada de cada uno de esos puntos.
El ZX-81 obtiene para cada valor de x el punto F(x) correspondiente y las derivadas primera y segunda (F'(x) y F''(x)) de la función F(x) en dichos puntos, terminando con el cálculo de la Integral definida (el area) en el intervalo delimitado por los datos.

b.- Con valores de puntos generados automáticamente por el Programa.
El ZX-81 genera 30 puntos, proporcionando para cada uno de ellos los mismos conceptos anteriores, como si fueran definidos por el usuario.

PROGRAMA NUM.2

INTERPOLACION PUNTOS DISCRETOS

NUMERO DE PUNTOS = **10**
PUNTO 1 = (1,1)
PUNTO 2 = (2,4)
PUNTO 3 = (3,9)
PUNTO 4 = (4,16)
PUNTO 5 = (5,25)
PUNTO 6 = (6,36)
PUNTO 7 = (7,49)
PUNTO 8 = (8,64)
PUNTO 9 = (9,81)
PUNTO 10 = (10,100)

DESEAS CAMBIAR ALGUN VALOR? (S/N)

INTERPOLACION PUNTOS DISCRETOS

PUNTOS A INTERPOLAR = **5**

PUNTO 1 = (1.5)
PUNTO 2 = (2.5)
PUNTO 3 = (3.5)
PUNTO 4 = (4.5)
PUNTO 5 = (9.5)

DESEAS CAMBIAR ALGUN VALOR? (S/N)

INTERPOLACION PUNTOS DISCRETOS

NUMEROS DE PUNTOS = **5**

X	**F(X)**	**F:(X)**	**F''(X)**
1.5	2.394	3	0
2.5	6.211	5	2.535
3.5	12.26	7	1.856
4.5	20.247	9	2.038
9.5	90.288	19	2.535

INTEGRAL = 333.08679

INTERPOLACION PUNTOS DISCRETOS

QUIERES VOLVER A EJECUTAR EL PROGRAMA? (S/N) S

CON LOS MISMOS DATOS ANTERIORES? (S/N)

INTERPOLACION PUNTOS DISCRETOS
VALORES DEFINIDOS POR USUARIO? (S/N)

INTERPOLACION PUNTOS DISCRETOS
NUMEROS DE PUNTOS = **30**

X	F(X)	F:(X)	F''(X)
1	1	2.577	0
1.31	1.84	2.839	0
1.62	2.762	3.102	0
1.931	3.765	3.354	0
2.241	4.995	4.402	2.535
2.551	6.473	5.119	2.535
2.862	8.173	5.836	2.535
3.172	10.07	6.371	1.856
3.482	12.139	6.965	1.856
3.793	14.394	7.561	1.856

INTERPOLACION PUNTOS DISCRETOS
NUMERO DE PUNTOS = **30**

X	F(X)	F:(X)	F''(X)
4.413	19.478	8.825	2.038
4.724	22.315	9.453	2.038
5.034	25.346	10.071	1.989
5.344	28.567	10.69	1.989
5.655	31.981	11.309	1.989
5.965	35.587	11.928	1.989
6.275	39.386	12.551	2.002
6.586	43.377	13.172	2.002
6.896	47.562	13.793	2.002

INTERPOLACION PUNTOS DISCRETOS
NUMERO DE PUNTOS = **30**

X	F(X)	F:(X)	F''(X)
7.517	56.508	15.034	1.999
7.827	61.271	15.655	1.999
8.137	66.215	16.211	2
8.448	71.351	16.887	2
8.758	76.697	17.563	2
9.068	82.256	18.271	2.535
9.379	88.007	18.795	2.535
9.689	93.922	19.32	2.535
10	100	19.845	2.535

INTEGRAL = 333.08679

```
 10 PRINT "INTERPOLACION PUN-
    TOS DISCRETOS"
 80 PRINT AT 4,0;"NUMERO DE PUN-
    TOS = ";
 85 PRINT AT 5,19;"___(3)___"
 90 INPUT N
 92 IF N<1 THEN GOTO 80
 95 PRINT AT 4,19;N
100 DIM X(N)
110 DIM Y(N)
130 DIM S(3,N)
140 DIM H(N-1)
150 DIM V(N-1)
160 DIM F(N-1)
170 DIM B(N-1)
180 DIM Q(N-1)
200 GOSUB 1000
480 PAUSE 50
490 CLS
500 LET M =30
505 LET Y4=2
510 DIM T(4,M)
515 GOSUB 5000
517 PRINT "INTERPOLACION PUN-
    TOS DISCRETOS"
520 PRINT AT 4,0;"PUNTOS A INTER-
    POLAR = "
530 PRINT AT 5,22;"___(3)___"
540 INPUT M
550 PRINT AT 4,22;M
560 PAUSE 50
565 LET Y4=1
570 GOSUB 2000
580 PAUSE 50
590 CLS
595 PRINT "INTERPOLACION PUN-
    TOS DISCRETOS"
600 PRINT AT 6,0;"ERROR ADMITIDO
    = ";
610 LET E=1E-6
620 PRINT AT 6,17;E
625 PAUSE 50
627 CLS
630 GOSUB 3000
635 FOR J=1 TO M
637 PRINT AT 2,0;"NUMERO DE PUN-
    TOS = ";M
640 PRINT AT 0,0;"INTERPOLACION
    PUNTOS DISCRETOS"
650 PRINT AT 6,0;"X";TAB 8;"F(X)";
    TAB 16;"F:(X)";TAB 24;"F""(X)";
```

```
652 PRINT AT 3,19;"___(3)___"
655 PRINT AT 7;0;"______(5)______";TAB
    8;"___(5)___";TAB 16;"______(7)______
    ";TAB 24;"__________(7)__________";
670 IF J<=10 THEN PRINT AT J+8,0;
    INT (10**3*T(1,J))/10**3;TAB 8;
    INT (10**3*T(2,J)/10**3;TAB 16;
    INT(10**3*T(3,J)/10**3;TAB 24;
    INT (10**3*T(4,J)/10**3;
675 IF J>10 AND J<=20 THEN PRINT
    AT J+8-10,0;INT (10**3*T(1,J))
    /10**3;TAB 8;INT (10**3*T(2,J))/
    10**3;TAB 16;INT (10**3*T(3,J)/
    10**3;TAB 24;INT (10**3*T(4,J))/
    10**3;
677 IF J>20 AND J<=30 THEN PRINT
    AT J+8-20,0;INT (10**3*T(1,J))/
    10**3;TAB 8;INT (10**3*T(2,J))/
    10**3;TAB 16;INT (10**3*T(3,J))/
    10**3;TAB 24;INT (10**3*T(4,J))/
    10**3;
680 IF J=10 OR J=20 THEN PAU-
    SE 800
685 IF J=11 OR J=21 THEN CLS
690 NEXT J
700 PRINT AT 21,0;"INTEGRAL=";T;
800 PAUSE 1000
820 CLS
850 PRINT "INTERPOLACION PUN-
    TOS DISCRETOS"
900 PRINT AT 4,0;"QUIERES VOLVER
    A EJECUTAR EL PROGRAMA?
    (S/N)";
910 INPUT A$
920 PRINT TAB 25,A$
927 IF A$="N" THEN GOTO 990
930 PRINT AT 10,0;"CON LOS MISMOS
    DATOS ANTERIORES? (S/N)";
935 INPUT A$
937 PRINT TAB 25;A$
940 PAUSE 50
942 CLS
945 IF A$="S" THEN GOTO 500
950 IF A$="N" THEN GOTO 1000
990 STOP
1000 REM
1100 FOR I=1 TO N
1110 IF I<=14 THEN PRINT AT I+5,0;
     "PUNTO";I;AT I+5,8;"=";
1115 IF I>14 THEN PRINT AT I+5-14,0;
     "PUNTO";I;AT I+5-14,8;"=";
1120 INPUT X(I)
1125 INPUT Y(I)
1130 IF I<=14 THEN PRINT AT I+5,6;
     "=(";X(I);",";Y(I);")"
1140 IF I>14 THEN PRINT AT I+5-14,8;
     "=(";X(I);",";Y(I);")"
1145 IF I<14 THEN GOTO 1200
1150 IF I=14 THEN PAUSE 100
1160 IF I=14 THEN CLS
1170 PRINT AT 0,0;"INTERPOLACION
     PUNTOS DISCRETOS"
1180 PRINT AT 4,O; "NUMERO DE
     PUNTOS=";N
1185 PRINT AT 5,19;"(3)"
1200 NEXT I
1210 PRINT AT 21,0;"DESEAS CAM-
     BIAR ALGUN VALOR?(S/N)"
1220 INPUT B$
1230 IF B$="S"THEN PRINT AT 21,0;
     "PUNTO I=(X,Y)
     "
1235 IF B$="N" THEN RETURN
1240 INPUT I
1250 INPUT X(I)
1260 INPUT Y(I)
1270 IF I<=14 THEN PRINT AT I+5,8;
     "=(";X(I);",";Y(I);")"
1272 IF I>14 THEN PRINT AT I+5-1 4,
     8;"=(";X(I);",";Y(I)")"
1280 GOTO 1210
1300 RETURN
2000 REM
2100 FOR I=1 TO M
2105 PRINT AT 0,0;"INTERPOLACION
     PUNTOS DISCRETOS"
2110 IF I<=14 THEN PRINT AT I +5,0;
     "PUNTO";I;AT I+5,8;"=";
2115 IF I>14 THEN PRINT AT I+5-14,0;
     "PUNTO";I;AT I+5-14,8;"=";
2120 INPUT T(1,I)
2130 IF I<=14 THEN PRINT AT I+5,8;
     "=(";T(1,I);")"
2140 IF I>14 THEN PRINT AT I+5-1 4,
     8;"=(";T(1,I);")"
2145 IF I < 14 THEN GOTO 2200
2150 IF I=14 THEN PAUSE 100
2160 IF I=14 THEN CLS
2170 PRINT AT 0,0;"INTERPOLACION
     PUNTOS DISCRETOS"
2180 PRINT AT 4,0;"NUMERO DE PUN-
     TOS=";M
```

```
2185 PRINT AT 5,19;" ___(3)___ "
2200 NEXT I
2210 PRINT AT 21,0;"DESEAS CAM-
     BIAR ALGUN VALOR?(S/N)"
2220 INPUT B$
2230 IF B$ = "S" THEN PRINT AT 21,0;
     "PUNTO I = (X)
     "
2235 IF B$ = "N"THEN RETURN
2240 INPUT I
2250 INPUT T (1,I)
2270 IF I< = 14 THEN PRINT AT 1 + 5,8;"
     = (";T(1,I);")"
2272 IF I>14 THEN PRINT AT I + 5 - 1
     4,8;" = (";T(1,I);")"
2280 GOTO 2210
2300 RETURN
3000 REM
3010 LET N1 = N - 1
3020 FOR I = 1 TO N1
3030 LET H(I) = X(I + 1) - X(I)
3040 LET V(I) = (Y(I + 1) - Y(I))/H(I)
3050 NEXT I
3060 FOR I = 2 TO N1
3070 LET F(I) = H(I - 1) + H(I)
3080 LET B(I) = .5*H(I - 1)/F(I)
3090 LET Q(I) = (V(I) - V(I - 1))/F(I)
3100 LET S(2,I) = 2*Q(I)
3110 NEXT I
3120 LET S(2,1) = 0
3130 LET S(2,N) = 0
3140 LET O = 8 - 4*SQR (3)
3150 LET E1 = 0
3160 LET I = 2
3170 LET W = 0*( - S(2,I) - B(I)*S(2,I - 1)
     - S(2,I11)/2 + S(2,I + 1)*B(I) + 3*Q
     (I))
3180 IF ABS (W)< = E1 THEN GOTO 3210
3190 LET E1 = ABS (W)
3210 LET S(2,I) = W + S(2,I)
3220 IF I = N1 THEN GOTO 3300
3230 LET I = I + 1
3240 GOTO 3170
3250 IF E1<E THEN GOTO 3270
3260 GOTO 3150
3270 FOR I = 1 TO N1
3280 LET S(3,I) = (S(2,I + 1) - S(2,I))/H(I)

3290 NEXT I
3300 LET J = 1
3320 IF Y4 = 1 THEN GOTO 3350
3330 IF Y4 = 2 THEN GOTO 3370
3350 IF T(1,J)<X(1) OR T(1,J)>X(N)
     THEN GOSUB 4300
3360 GOTO 3400
3370 LET T(1,1) = X(1)
3380 LET I7 = (X(N) - X(1))/(M - 1)
4000 FOR I = 1 TO N1
4010 IF X(I) <= T(1,J) AND T(1,J) < =
     X(I + 1) THEN GOTO 4050
4020 NEXT I
4030 LET I = N1
4050 LET H1 = T(1,J) - X(I)
4060 LET H2 = T(1,J) - X(I + 1)
4070 LET P = H1*H2
4080 LET T(4,J) = S(2,I) + H1*S(3,I)
4090 LET T = (S(2,I) + S(2,I + 1) + T(4,J))
     /6
4100 LET T(2,J) = Y(I) + H1*V(I) + P*T
4110 LET T(3,J) = V(I) + (H1 + H2)*T + P*
     S(3,I)/6
4120 IF J = M THEN GOTO 4170
4130 LET J = J + 1
4140 IF Y4 = 1 THEN GOTO 3350
4145 IF Y4 = 2 THEN GOTO 4150
4150 LET T(1,J) = T(1,J - 1) + I7
4160 GOTO 4000
4170 LET T = 0
4180 FOR I = 1 TO N1
4190 LET T = T + (.5*H(I)*(Y(I) + Y(I + 1))
     - H(I)**3/24*(S(2,I) + S(2,I + 1)))
4200 NEXT I
4210 RETURN
4300 REM
4305 FOR J = 1 TO 4
4310 PRINT "DANDO SALIDA AL AR-
     GUMENTO";T(1,J);"ESTE FALLA
     POR RANGO EXCESIVO EN LOS
     DATOS"
4320 LET T(2,J) = 0
4330 LET T(3,J) = 0
4340 LET T(4,J) = 0
4345 NEXT J
4350 GOTO 4120
5000 REM
5005 PRINT "INTERPOLACION PUN-
     TOS DISCRETOS"
5010 PRINT AT 2,0;"VALORES DEFINI-
     DOS POR USUARIO ? (S/N)"
5020 INPUT A$
5025 IF A$ = "N" THEN LET Y4 = 2
5030 IF A$ = "N" THEN GOTO 600
```

```
5037 IF A$ = "S" THEN LET Y4 = 1
5040 CLS
5050 RETURN
9970 STOP
9980 PRINT (256*PEEK 16405 + PEEK
     16404 - 16389)/1024
9982 PAUSE 100
9984 CLS
9986 GOTO 1
9990 SAVE "INTER"
9999 GOTO 1
```

DESESTACIONALIZACION DE SERIES NUMERICAS (Programa ''SERIES'', núm. 3)

Dada una serie de valores históricos (es decir, aquello que se desarrollan en el tiempo), podemos estudiar en ella 4 clases distintas de componentes.

1.- Componente de TENDENCIA (o TREND). Implica una trayectoria GENERAL de los valores, es decir, la totalidad de los valores representados por una recta.

2.- Componente ESTACIONAL. Implica variaciones que se producen en razón de la parte del año (o de un periodo temporal diferente-vendimia-o más amplio-plagas) en que se producen.

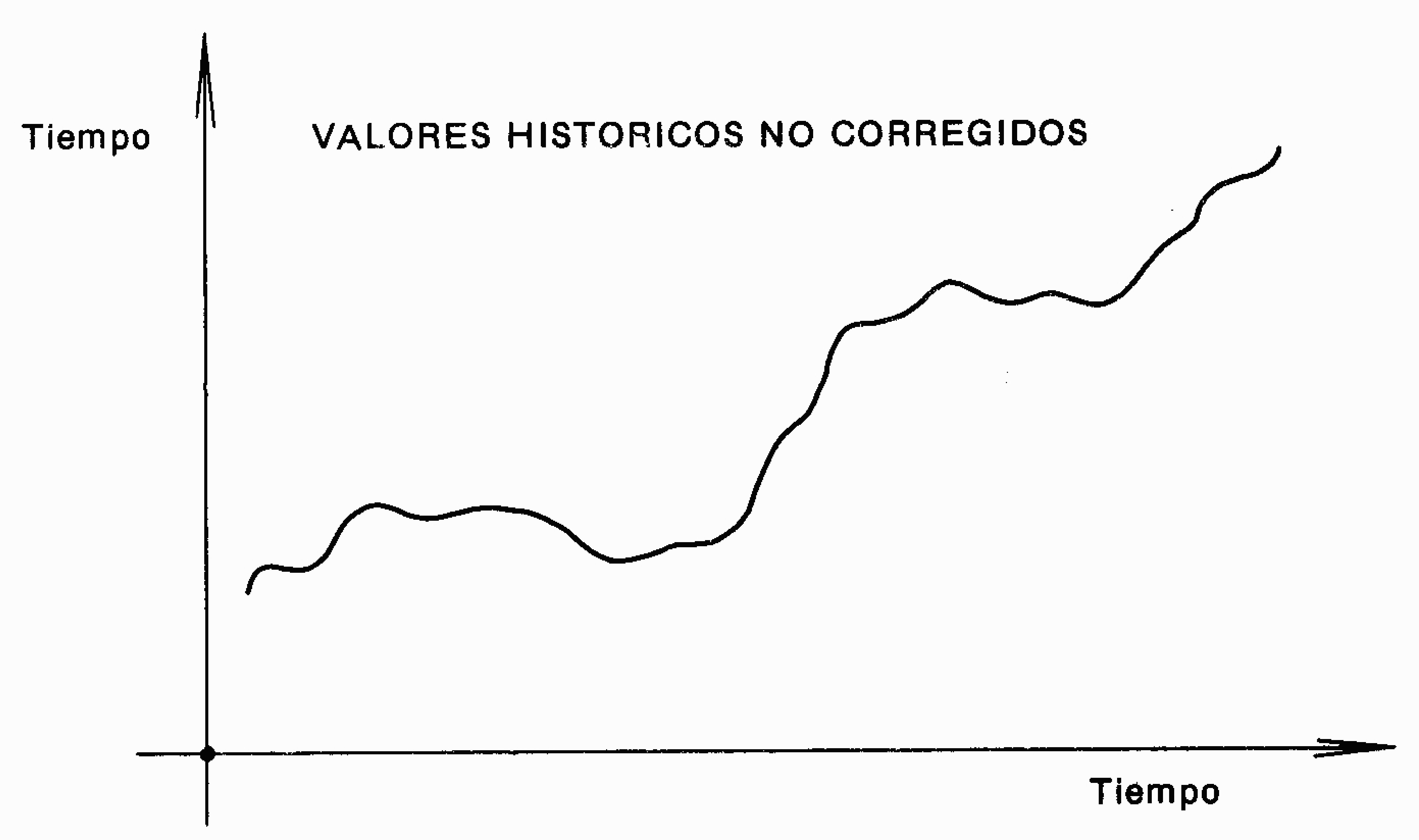
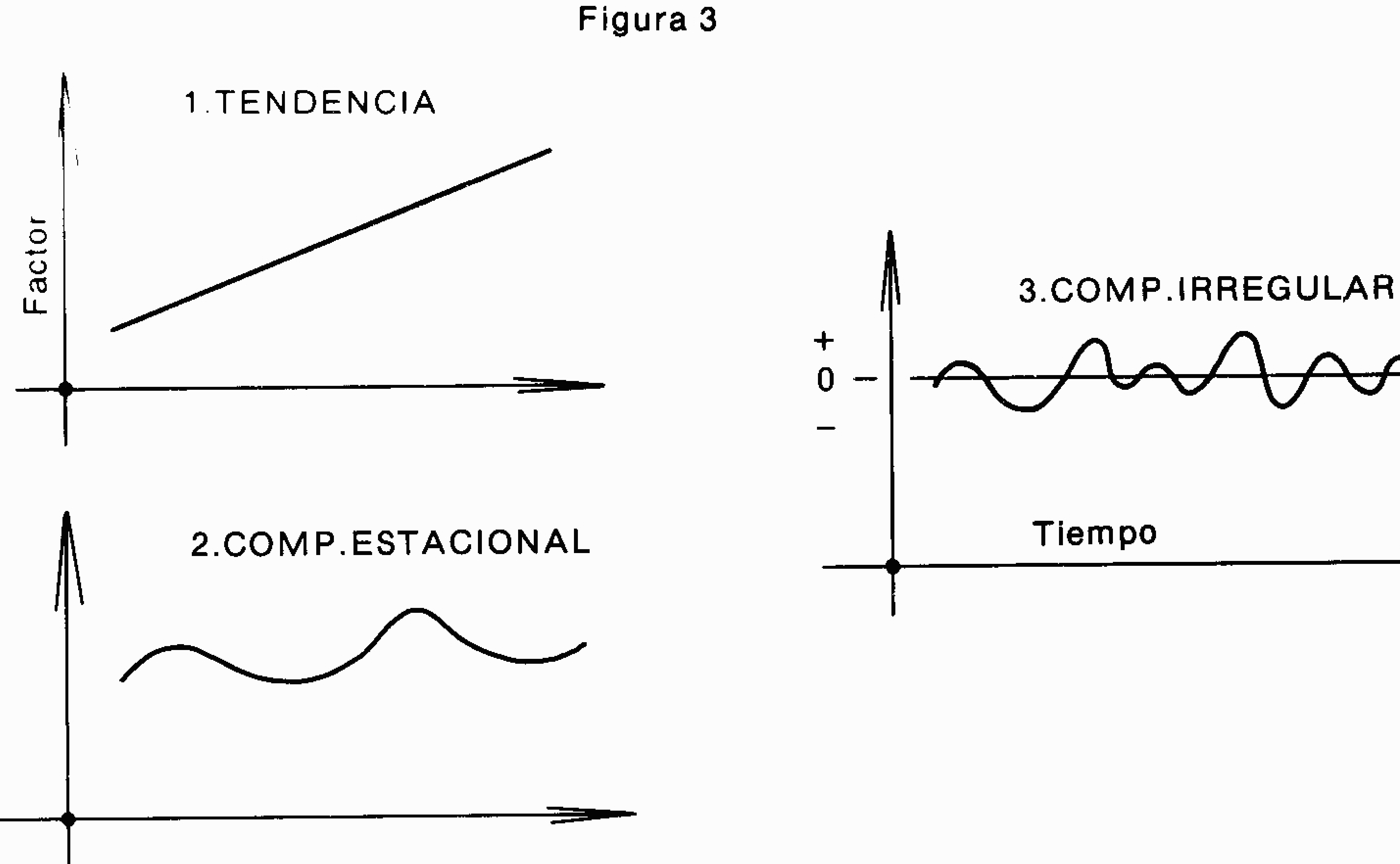


Figura 3



3.- Componente IRREGULAR. Son variaciones que no se producen como consecuencia de las causas anteriores, pero que son atribuibles a una causa concreta. Por ejemplo: menor consumo de gasolina en un mes debido a un aumento en el precio.
4.- Componente ALEATORIA. Variación que existe pero que no es explicada por ninguna de las causas anteriores. En este Programa la componente irregular se considera nula.

El Programa desestacionaliza los valores de una serie histórica, obteniendo unos nuevos valores históricos (producto de eliminar de los valores primitivos las componentes estacional e irregular) mediante una serie de técnicas estadísticas basadas en la obtención de medias móviles, en cuya exposición no entramos por rebasar los límites del libro, remitiendo al lector a la bibliografía.
Los valores numéricos de la serie histórica utilizada en el ejemplo se refieren a ''Consumo mensual de gasolina en Francia entre los años 1950 y 1954'', expresados en miles de Tm.
Al no disponer de alta resolución para los gráficos, éstos se han dibujado mediante sentencias PLOT, uniéndose artificialmente con líneas para hacerlas más evidentes.
La tabla de OPCIONES de la SUB 9000 es suficientemente explícita en sí misma. Los datos históricos de la serie a desestacionalizar se introducen mediante GOTO 1, pudiendo manejarlos con seguridad posteriormente al no contemplarse la entrada de datos en las opciones.
Cuando se introducen los datos es necesario realizar el cálculo de TODAS las opciones desde la B hasta la H para luego poderlas tener en pantalla de forma independiente mediante la opción correspondiente.
En caso contrario, al estar las opciones enlazadas de forma ascendente , no existirían valores desestacionalizados para calcular los componentes posteriores y el ZX-81 daría error.
Finalmente y con posterioridad, los resultados obtenidos pueden utilizarse como base para un ajuste por Mínimos Cuadrados o Interpolación de valores (programas también incluidos en este libro).

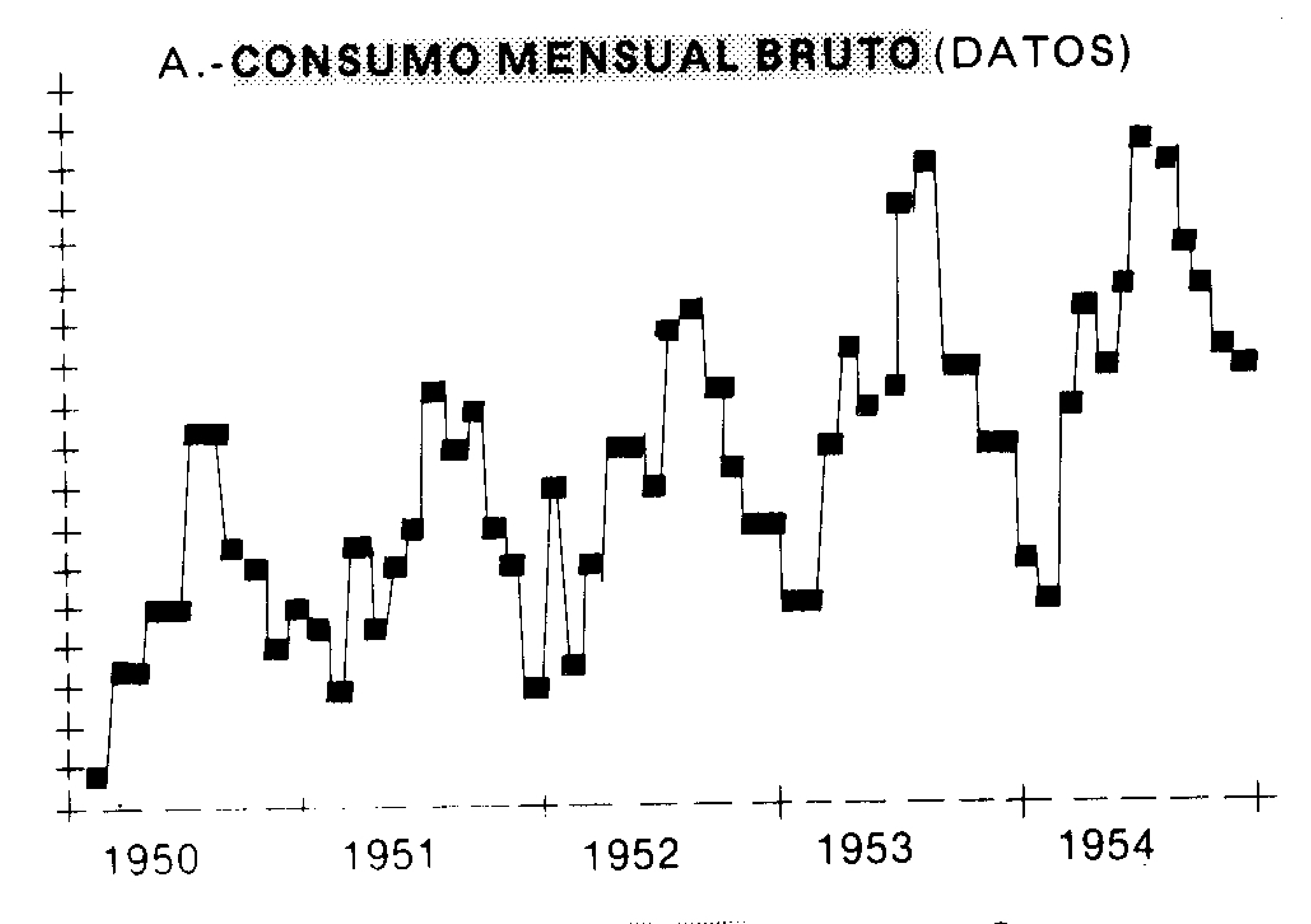
PROGRAMA NUM. 3

DESESTACIONALIZACION DE SERIES

A.- CONSUMO MENSUAL BRUTO (DATOS)
B.- CONSUMO CORREGIDOS VAR. CICLICAS
C.- COMPONENTE DE LA TENDENCIA
D.-INFORMES ESTACIONALIDAD (0/0)
E.- INFORMES CORREGIDOS (0/0)
F.- COMPONENTE DE ESTACIONALIDAD
G.- COMPONENTE IRREGULAR
H.- CONSUMOS MENSUALES CORREGIDOS DE VARIACIONES ESTACIONALES
I.- DIAGRAMAS

A.- **CONSUMO MENSUAL BRUTO**

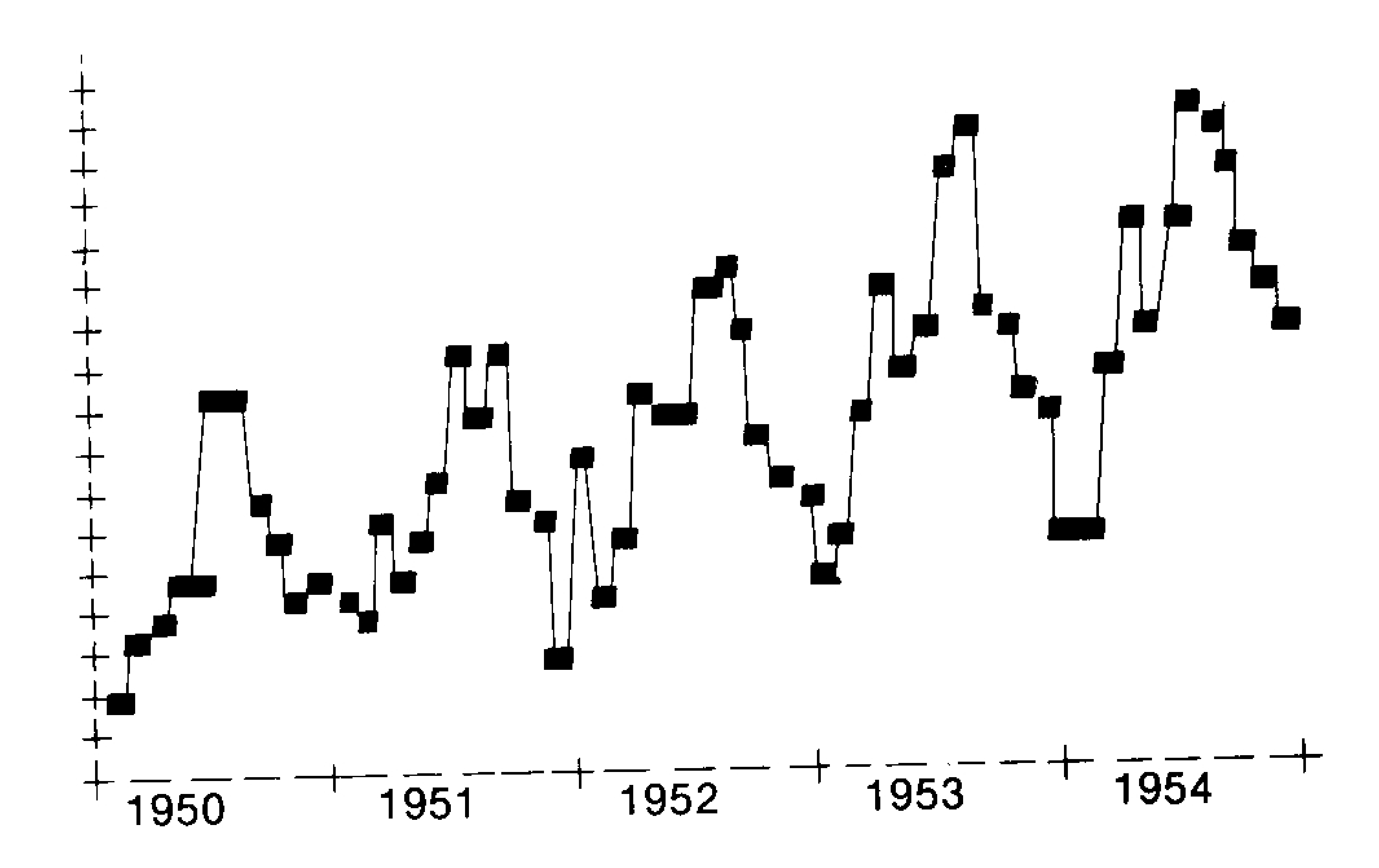
AÑO	1950	1951	1952	1953	1954
ENE	146	203	258	206	224
FEB	146	179	182	209	208
MAR	187	237	224	272	293
ABR	189	204	270	310	331
MAY	207	225	273	291	303
JUN	206	243	261	294	337
JUL	281	298	322	369	389
AGO	285	273	326	381	388
SEP	231	291	294	306	355
OCT	227	242	269	308	335
NOV	192	229	245	274	309
DIC	210	175	239	274	302
Total	2507	2799	3163	3494	3774



B.- CORRECCION VAR. CICLICAS

AÑO	1950	1951	1952	1953	1954
ENE	143	199	253	202	219
FEB	157	192	195	225	223
MAR	183	232	219	266	287
ABR	191	206	273	314	335
MAY	203	220	267	285	297
JUN	208	246	264	298	341
JUL	275	292	315	362	381
AGO	279	267	319	373	380
SEP	234	295	298	310	359
OCT	222	237	263	302	323
NOV	194	232	248	277	313
DIC	206	171	234	268	296
Total	2500	2795	3155	3486	3766

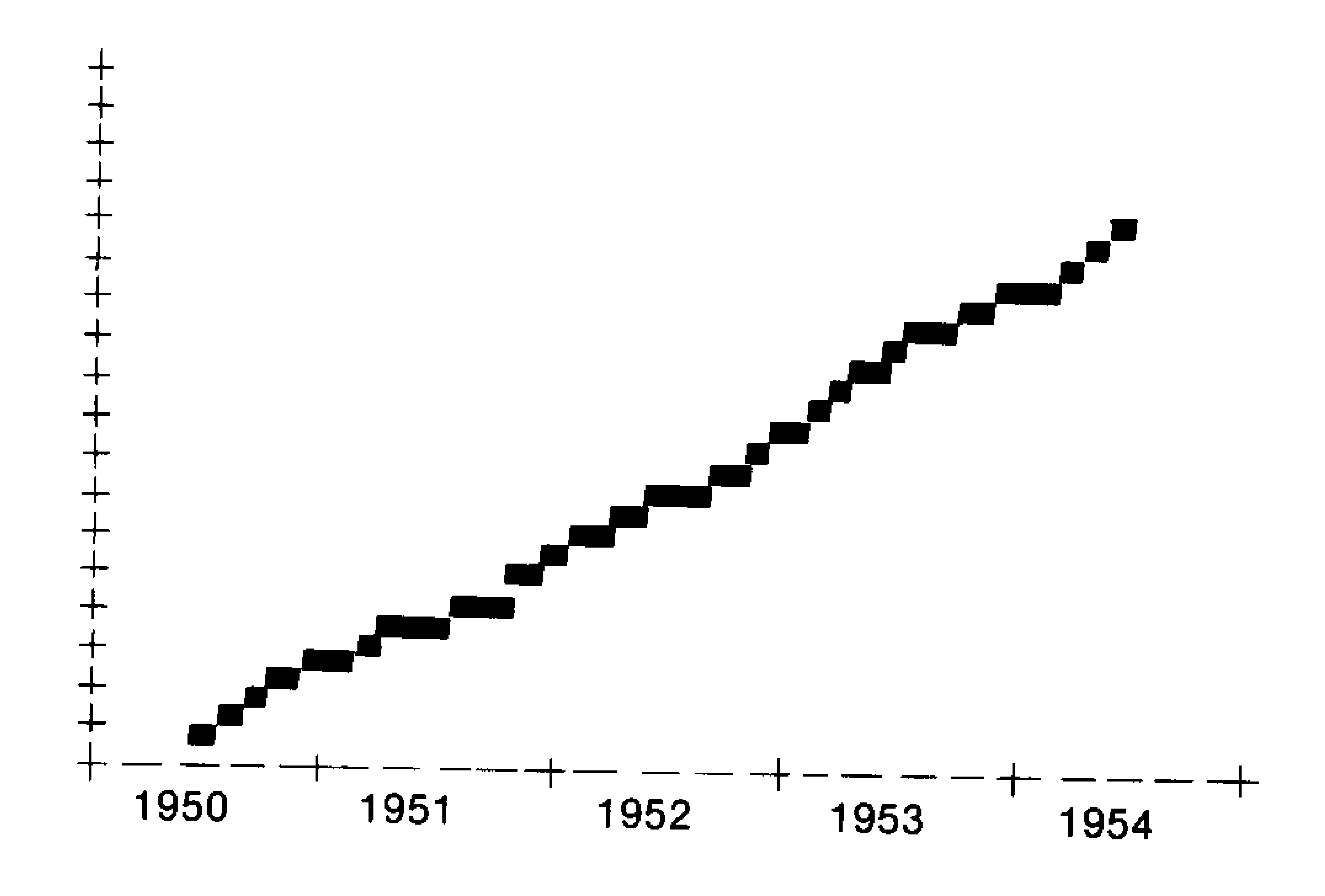
B.- CONSUMO SIN VAR CICLICAS



C.- COMPONENTE DE TENDENCIA

AÑO	1950	1951	1952	1953	1954
ENE	0	226	243	274	300
FEB	0	226	251	278	301
MAR	0	228	254	281	304
ABR	0	232	255	283	307
MAY	0	234	257	286	310
JUN	0	234	260	289	312
JUL	210	235	260	291	0
AGO	214	237	259	292	0
SEP	218	237	263	292	0
OCT	220	239	266	294	0
NOV	222	244	269	295	0
DIC	224	246	271	298	0

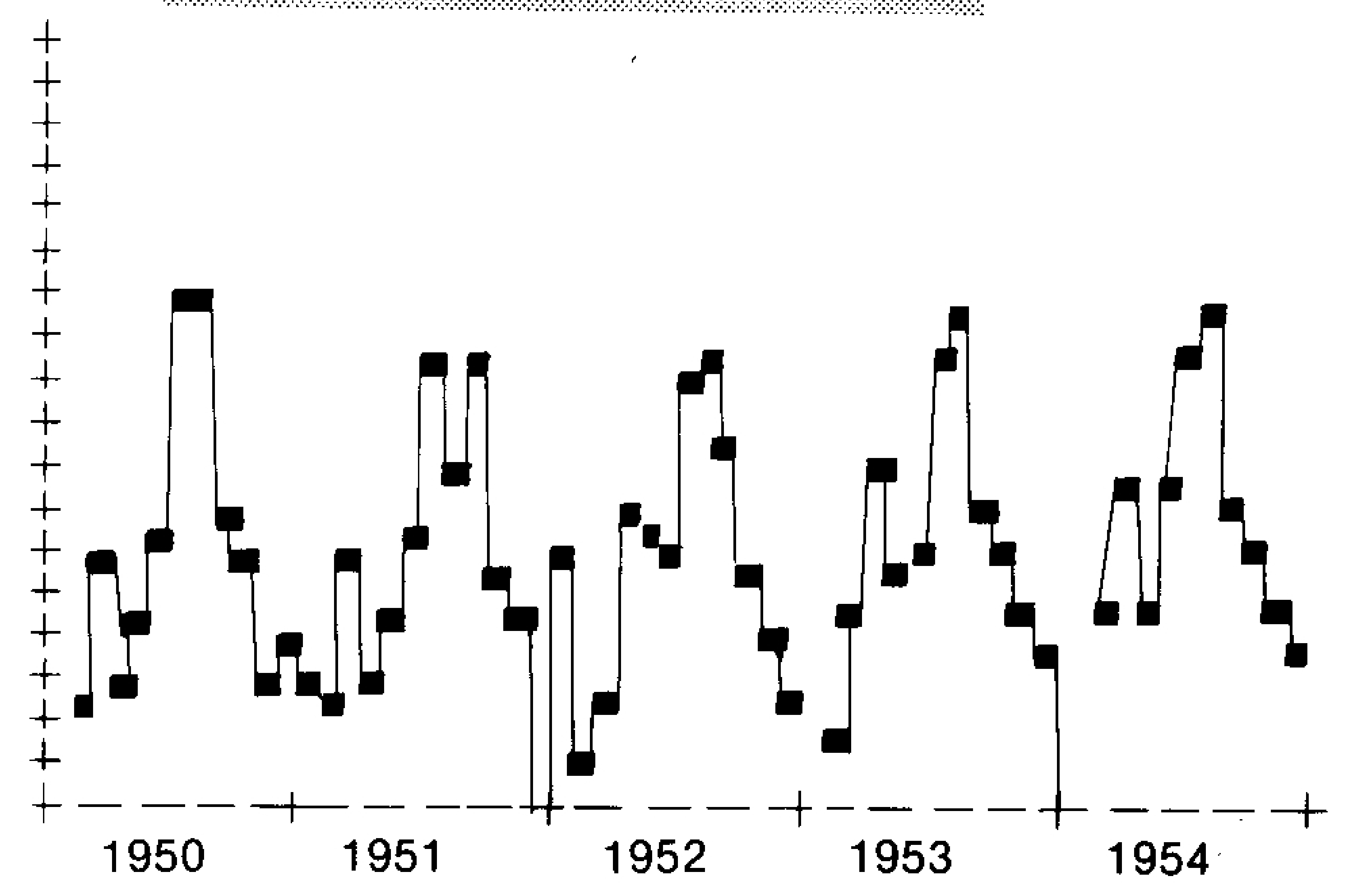
C.- TENDENCIA



D.- INFORME ESTACIONALIDAD (0/0)

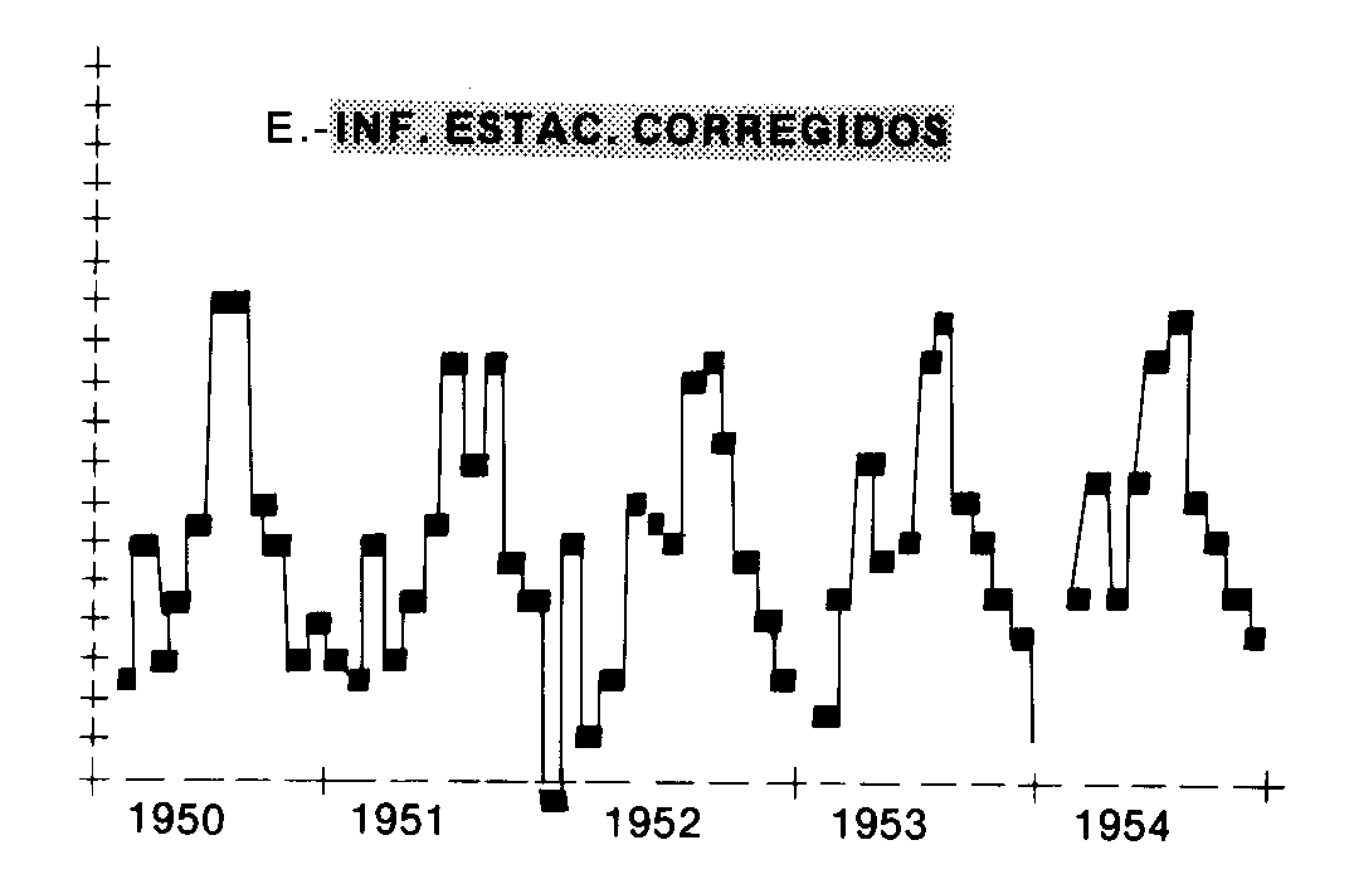
AÑO	1950	1951	1952	1953	1954
ENE	88	88	102	73	73
FEB	85	85	78	80	74
MAR	101	101	86	94	94
ABR	89	89	107	111	109
MAY	94	94	104	99	95
JUN	105	105	101	103	109
JUL	131	124	121	124	124
AGO	130	113	123	128	128
SEP	107	124	113	106	106
OCT	101	99	99	102	102
NOV	87	95	92	94	94
DIC	91	69	86	90	90
Media	101	99	101	100	100

D.-INFORME DE ESTACIONALIDAD



E.- INF. ESTACIONALIDAD CORREGIDA

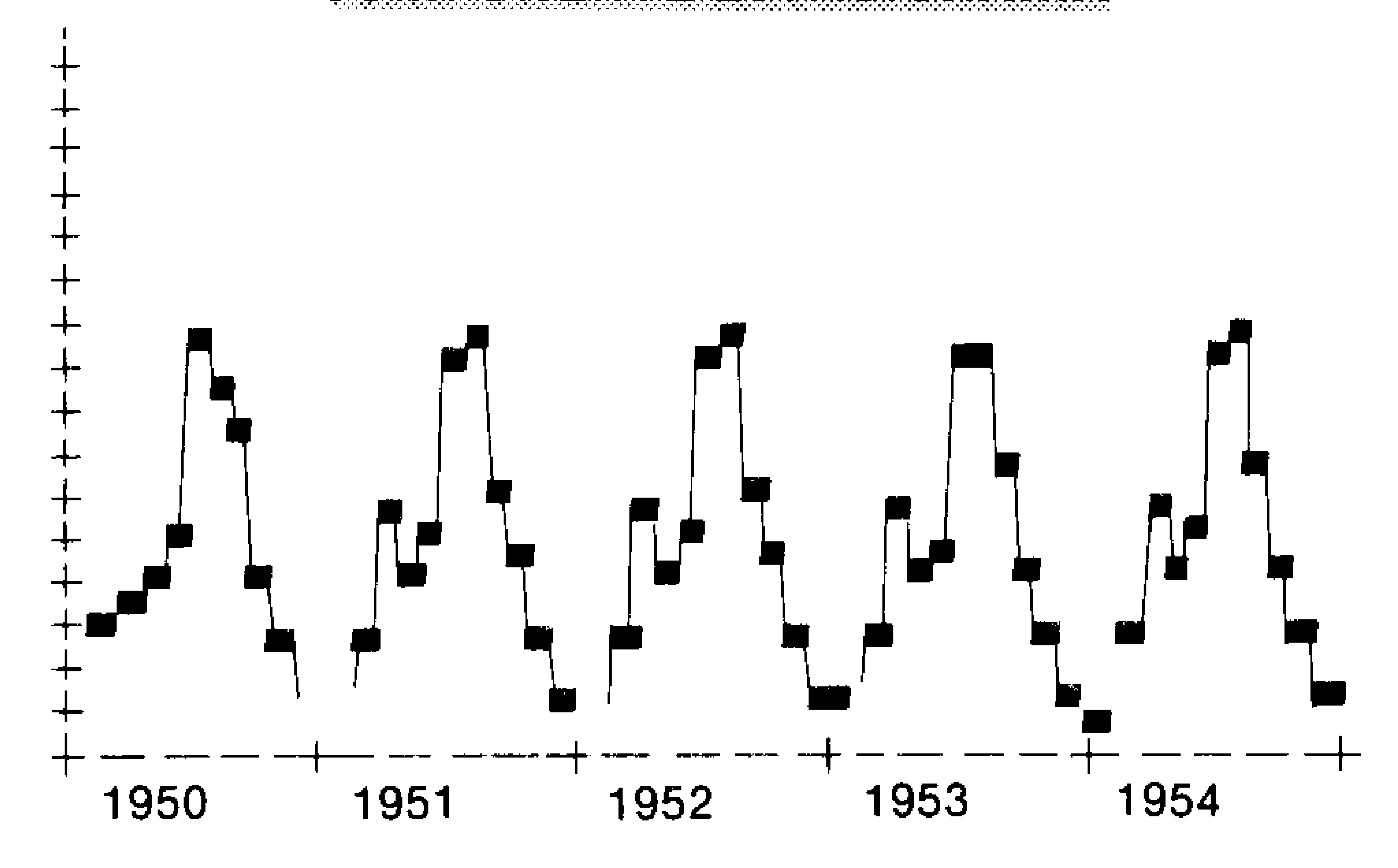
AÑO	1950	1951	1952	1953	1954
ENE	87	88	100	73	73
FEB	84	85	77	80	74
MAR	100	102	85	94	94
ABR	88	89	105	110	109
MAY	93	95	102	99	95
JUN	104	106	100	102	109
JUL	129	125	119	123	124
AGO	129	113	121	127	127
SEP	106	125	111	105	105
OCT	100	100	97	101	102
NOV	86	95	91	93	93
DIC	90	70	85	89	90
Media	100	100	100	100	100



F.-COMPONENTE DE ESTACIONALIDAD

AÑO	1950	1951	1952	1953	1954
ENE	92	81	81	84	83
FEB	81	78	78	80	79
MAR	94	92	92	92	92
ABR	97	107	107	105	106
MAY	98	96	98	99	99
JUN	103	103	103	102	103
JUL	123	122	122	122	122
AGO	119	124	124	123	123
SEP	116	108	108	110	109
OCT	99	100	100	100	100
NOV	92	93	93	93	93
DIC	80	86	86	84	85
Media	100	100	100	100	100

F.-COMPONENTE ESTACIONARIA

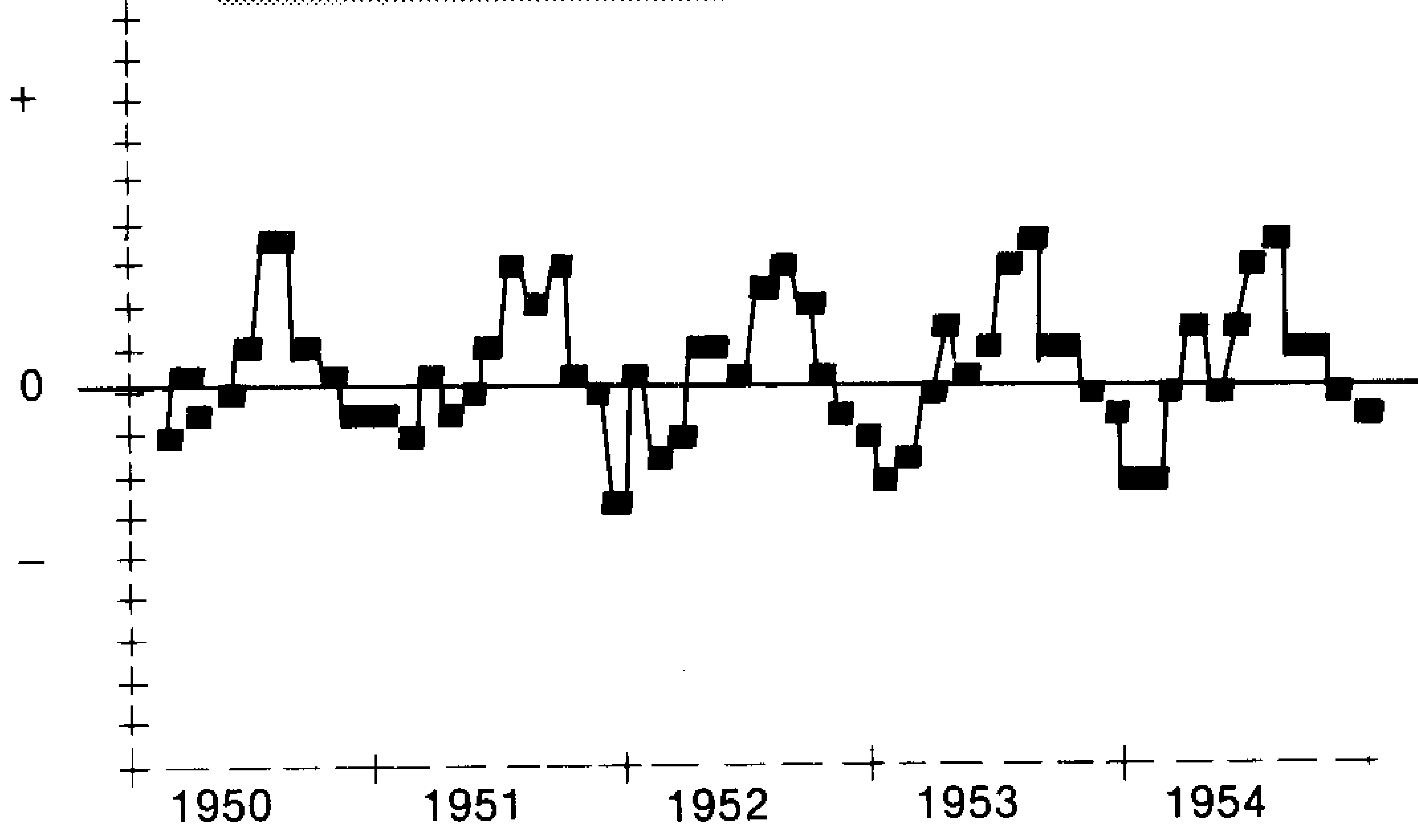


G.-COMPONENTE IRREGULAR

AÑO	1950	1951	1952	1953	1954
ENE	0	15	51	– 31	– 30
FEB	0	15	– 1	2	– 15
MAR	0	21	– 16	6	5
ABR	0	– 42	0	16	9
MAY	0	– 11	13	0	– 11
JUN	0	3	– 6	2	19
JUL	16	3	– 4	5	0
AGO	23	– 28	– 4	14	0
SEP	– 20	37	11	– 14	0
OCT	4	– 4	– 5	7	0
NOV	– 12	4	– 3	3	0
DIC	26	– 43	– 2	15	0

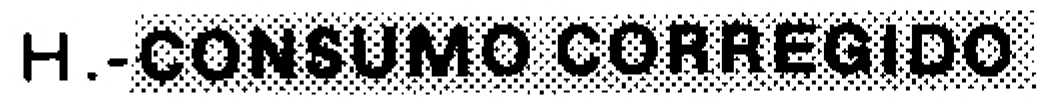


G.-COMPONENTE IRREGULAR

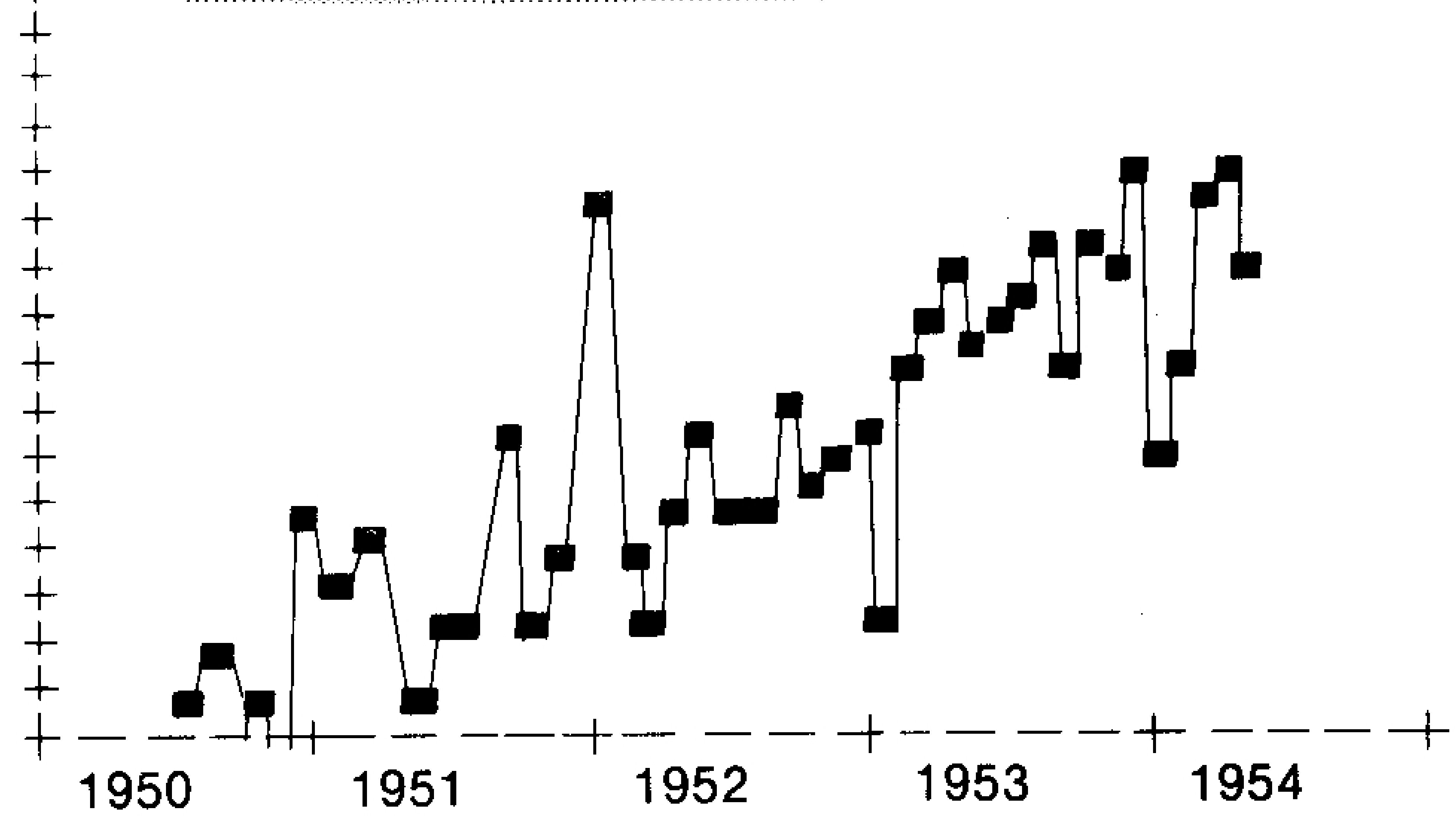


H.-CONSUMOS MENSUALES CORREGIDOS

AÑO	1950	1951	1952	1953	1954
ENE	0	244	311	237	264
FEB	0	245	249	280	282
MAR	0	250	236	287	310
ABR	0	193	255	296	315
MAY	0	223	271	266	299
JUN	0	237	254	291	331
JUL	223	237	257	295	0
AGO	233	214	256	303	0
SEP	201	271	273	279	0
OCT	224	235	261	301	0
NOV	209	249	266	298	0
DIC	256	197	269	316	0
Total	1349	2800	3164	3477	1803
Media	224	233	263	289	300



H.-CONSUMO CORREGIDO



```
5 PRINT AT 0,0;"DESESTACIONALI-
  ZACION DE SERIES"
6 PRINT AT 2,0;"NUMERO DE
  AÑOS? (T<=12)"
7 INPUT T
8 FAST
9 CLS
10 DIM A(2*T*12)
11 DIM B(T,12)
12 DIM C(T,12)
13 DIM D(T,12)
14 DIM E(2*T,12)
15 DIM F(2*T/12)
16 DIM G(2*T,12)
17 DIM H(2*T,12)
17 DIM H(T+3,12)
18 DIM K(T,12)
20 DIM L(T+3)
21 DIM M(T)
22 DIM N(T)
24 DIM Q(T)
25 DIM R(T)
26 DIM S(T)
28 DIM V(T)
30 DIM U(T)
42 LET Z(1)=0
44 LET U(1)=0
46 LET W(1)=0
48 PRINT AT 0,3;"A.-CONSUMO
  MENSUAL BRUTO"
49 PRINT
50 PRINT AT 21,0;"ANO = ";
52 INPUT S(1)
55 PRINT AT 21,6;S(1)
56 PAUSE 100
57 CLS
60 PRINT AT 0,3;"A.-CONSUMO
  MENSUAL BRUTO"
61 GOSUB 8000
62 FOR I=1 TO T
63 PRINT AT 21,0;"ANO = ";S(I);
65 PRINT
66 FOR J=1 TO 12
68 PRINT AT 21,15;"MES";J;" = ";
70 INPUT F(I,J)
75 PRINT AT J+3,5*I+2;F(I,J)
80 LET V(I)=V(I)+F(I,J)
90 NEXT J
95 PRINT AT 18,5*I+2;V(I)
100 NEXT I
101 PAUSE 200
102 CLS
202 PRINT AT 0,2;"B.-CORRECCION
  VAR. CICLICAS"
204 GOSUB 8000
208 FOR I=1 TO T
209 LET U(I)=0
210 FOR J=1 TO 12
220 IF J=1 OR J=3 OR J=5
  OR J=7 OR J=8 OR J=10 OR
  J=12 THEN GOTO 270
230 IF J=4 OR J=6 OR J=9 OR J=11
  THEN GOTO 320
240 IF J=2>=GOTO 380
270 LET H(I,J)=365*F(I,J)/(12*31)
280 GOTO 405
320 LET H(I,J)=365*F(I,J)/(12*30)
340 GOTO 405
380 LET H(I,J)=365*F(I,J)/(12*28.25)
405 LET U(I)=U(I)+H(I,J)
415 PRINT AT 3+J,2+5*I;INT (H(
  I/J));
420 PRINT AT 18,5*I+2;INT U(I)
430 NEXT J
440 NEXT I
442 PAUSE 1000
444 CLS
445 GOTO 9000
450 PRINT AT 0,2;"C.-COMPONENTE
  DE TENDENCIA"
452 GOSUB 8000
454 PRINT AT 18,0;"      "
458 FOR I=1 TO T
460 FOR J=1 TO 12
470 LET K=12*I-6+J
480 LET A(K)=H(I,J)
490 NEXT J
500 NEXT I
600 FOR I=1 TO T
610 FOR J=1 TO 12
620 LET K=12*I-6+J
630 IF (K-12*T+10)<1 THEN GO-
  TO 660
640 IF (K-12*T+12)=1 THEN GO-
  TO 710
650 IF (K-12*T+1)>1 THEN GOTO 690
660 SAVE (K-12) 1<THEN GOTO 690
670 IF (K-12)>=1 THEN GOTO 710
690 LET R0=0
700 GOTO 720
710 LET R0=1
720 LET B(I,J)=LN (R0*(A(K-5)+A
```

```
     (K – 4) + A(K – 3) + A(K – 2) + A
     (K – 1) + A(K) + A(K + 1) + A(K + 2)
     + A(K + 3) + A(K + 4) + B(K + 5) + (A
     (K – 6) + A(K + 6))/2)/12)
750 PRINT AT J + 3,5*I + 2;INT B(I,J);
765 NEXT J
770 NEXT I
772 PAUSE 1000
774 CLS
776 GOTO 9000
800 PRINT AT 0,0;''D.-INFORME ES-
     TACIONALIDAD (0/0)''
804 GOSUB 8000
806 PRINT AT 18,0;''MEDIA''
808 FOR I = 1 TO T
809 LET L(I) = 0
810 FOR J = 1 TO 12
820 LET K = 12*I – 6 + J
830 IF (K – 12*T + 12)<1 THEN GO-
     TO 840
840 IF (K – 12*T + 12) = 1 THEN GO-
     TO 950
850 IF (K – 12*T + 1)>1 THEN GOTO 930
860 IF 6K – 12)<1 THEN GOTO 910
870 IF (K – 12)>= 1 THEN GOTO 950
910 LET D(I,J) = 100*H(I + 1,J)/B(I + 1,J
920 GOTO 960
930 LET D(I,J) = 100*H(I – 1,J)/B(I – 1,
     J)
940 GOTO 960
950 LET D(I,J) = 100*H(I,J)/B(I,J)
960 LET L(I) = L(I) + D(I,J)
965 NEXT J
970 FOR J = 1 TO 12
1014 PRINT AT J + 3,5*I + 2;INT D(I,J);
1015 NEXT J
1016 LET M(I) = L(I)/12
1017 PRINT AT 18,5*I + 2;INT M(G)
1020 NEXT I
1100 PAUSE 1000
1200 CLS
1300 GOTO 9000
1500 PRINT AT 0,0;''E.-INF ESTACIO-
     NALIDAD CORREGIDOS''
1503 DIM P(T)
1504 GOSUB 8000
1506 PRINT AT 18,0;''MEDIA''
1508 FOR I = 1 TO T
1509 LET P(I) = 0
1510 FOR J = 1 TO 12
1520 LET G(I,J) = D(I,J)*100/M(I)
1530 NEXT J
1540 FOR J = 1 TO 12
1560 LET P(I) = P (I) + G (I,J)
1582 PRINT AT J + 3,5*I + 2;INT G(I,J);
1586 NEXT J
1588 LET Q(I) = P(I)/12
1590 IF INT Q(I) = 99 OR INT Q(I) = 100
     THEN LET Q(I) = 100
1592 PRINT AT 18,5*I + 2;INT Q(I);
1600 NEXT I
1696 PAUSE 1000
1697 CLS
1698 GOTO 9000
1700 PRINT AT 0,0;''F.-COMPONENTE
     DE ESTACIONALIDAD''
1705 GOSUB 8000
1706 PRINT AT 18,0;''MEDIA''
1708 FOR J = 1 TO 12
1710 FOR I = 1 TO T
1720 IF (1 – 2<= 1) AND (I – 1>= 1) THEN
     LET E(I,J) = (G(I + 2,J) + 2*(G(I – 1,
     J) + G(I + 1,J))+ 3*(G(I,J)))/6
1725 IF (I – 1<= 1) AND (I + 1>= 1) THEN
     LET E (I,J) = 8/9*(G(I + 2,J) + 2*(G
     (I + 1,J))+ 3*(G(I,J)))/8
1730 IF (I + 2 – T<= 1) AND (I – 2) = 1)
     AND (I – 1>= 1) THEN LET E(I,J) =
     8/9*(G(I – 2,J) + 2*(G(I – 1,J) + G(I
     + 1,J)) + 3*(G(I,J)))/8
1735 IF (I + 1 – T<= 1) AND (I – 1› = 1)
     AND (I – 2>= 1)THEN LET E(I,J) =
     (G(I – 2,J) + 2*(G(I – 1,J)) + 3*(G(I,
     J)))/6
1790 NEXT I
1800 NEXT J
1900 LET I = I – 2
2000 FOR I = 1 TO T
2010 FOR j = 1 TO 12
2020 IF (I – 2)< = 1 THEN GOTO 2080
2040 IF (I – 2)>2 THEN GOTO 2050
2050 IF (I – T + 2)< = 1 THEN GOTO 2210
2070 IF (I – T + 2)>1 THEN GOTO 2150
2080 IF (I – 1)<1 THEN GOTO 2130
2090 IF (I – 1) = 1 THEN GOTO 2110
2100 IF (I – 1)>1 THEN GOTO 2130
2110 LET E(I,J) = .5*(E(I + 2,J) + E(I +
     3,J))
2120 GOTO 2200
2130 LET E(I,J) = .5*(E(I + 1,J) + E(I +
     2,J))
2140 GOTO 2200
```

```
2150 IF (I – T + 1)<1 THEN GOTO 2190
2160 IF (I – T + 1) = 1 THEN GOTO 2170
2165 IF (I – T + 1)>1 THEN GOTO 2190
2170 LET     E(I,J) = .5*(E(I – 1,J) + E(I –
     2,J))
2180 GOTO 2200
2190 LET     E(I,J) = .5*(E(I – 2,J) + E(I –
     3,J))
2200 NEXT J
2210 NEXT I
2220 FOR I = 1 TO T
2225 LET N(I) = 0
2230 FOR J = 1 TO 12
2235 IF I = 1 THEN LET E(I,J) = 1.2*E(I,
     J)
2240 LET N(I) = N(I) + E(I,J)
2260 LET R(I) = N(I)/12
2274 PRINT AT 3 + J,5*I + 2;INT E(I,J);
2276 NEXT J
2278 IF INT R(I) = 99 OR INT R(I) = 101
     THEN LET R(I) = 100
2279 PRINT AT 18,5*I + 2;INT R(I)
2280 NEXT I
2282 PAUSE 1000
2284 CLS
2286 GOTO 9000
2290 LET I = I + 2
2300 PRINT AT 0,3;''G.-COMPONENTE
     IRREGULAR''
2302 FAST
2304 GOSUB 8000
2306 PRINT AT 18,0;''          ''
2308 FOR I = 1 TO T
2310 FOR J = 1 TO 12
2320 IF I>=2 OR I<=T THEN LET T0 = 1
2330 IF I = T AND J<=6 THEN LET T0 = 1
2340 IF I = 1 AND J>6 THEN LET T0 = 1
2350 IF I = T AND J>6 THEN LET T0 = 0
2355 IF I = 1 AND J<=6 THEN LET T0 = 0
2450 LET     C(I,J) = T0*(H(I,J) – B(I,J)
     *E(I,J)/100)
2456 PRINT AT 3 + J,5*I + 2; INT C(I,J);
2460 NEXT J
2480 NEXT I
2492 PAUSE 1000
2494 CLS
2496 GOTO 9000
2500 PRINT   AT   0,0;''H.-CONSUMOS
     MENSUALES CORREGIDOS''
2502 DIM I(T)
2503 DIM W(T)
2504 GOSUB 8000
2506 PRINT AT 18,0;''TOTAL''
2508 FOR I = 1 TO T
2509 LET W(I) = 0
2510 FOR J = 1 TO 12
2515 IF E(I,J)<=0 THEN GOTO 2530
2520 IF E(I,J)>0 THEN LET K(I,J) = B(I,
     J) + 100*C(I,J)/E(I,J)
2526 LET W(I) = W(I) = W(I) + K(I,J)
2527 PRINT AT 3 + J,5*I + 2;INT K(I,J);
2530 NEXT J
2545 PRINT AT 18,5*I + 2;INT W(I);
2550 NEXT I
2560 PRINT AT 20,0;''MEDIA'';
2565 FOR M = 1 TO T
2567 IF M>1 OR M<T THEN LET I(M) =
     INT (W(M)/12)
2570 IF M = 1 THEN LET I(1) = INT (W(1)
     /6)
2575 IF M = T THEN LET I(T) = INT (W
     (T)/6)
2585 PRINT AT 20,5*M + 2;I(M);
2587 NEXT M
2690 PAUSE 1000
2700 CLS
2800 GOTO 9000
3010 PRINT TAB 7;''DIAGRAMAS''
3020 PRINT AT 2,0;''DESEAS TABLA (T)
     O DIAGRAMA (M)?''
3030 INPUT T$
3031 CLS
3032 PRINT
3036 PRINT ''QUE DIAGRAMA QUIE-
     RES? (A/H)''
3038 PRINT
3039 PRINT TAB 8;''OPCIONES''
3040 PRINT
3042 PRINT ''A.-CONSUMO MENSUAL
     BRUTO (DATOS)''
3043 PRINT
3045 PRINT ''B.-'' ''CORREGIDOS UAR.
     CICLICAS''
3047 PRINT
3048 PRINT ''C.-COMPONENTE DE LA
     TENDENCIA''
3049 PRINT
3050 PRINT ''D.-INFORMES ESTACIO-
     NALIDAD (0/0)''
3051 PRINT
3052 PRINT    ''E.-''    ''CORREGIDOS
```

```
     (0/0)''
3053 PRINT
3054 PRINT ''F.-COMPONENTE DE ES-
     TACIONALIDAD''
3055 PRINT
3056 PRINT ''G.-COMPONENTE IRRE-
     GULAR''
3057 PRINT
3058 PRINT ''H.- CONSUMOS MEN-
     SUALES CORREGIDOS DE VARIA-
     CIONES ESTACIONALES''
3060 INPUT Q$
3070 CLS
3080 IF T$=''M'' AND Q$=''A''OR Q$
     =''B'' OR Q$=''C'' OR Q$=''H''
     THEN GOSUB 3500
3100 IF T$=''M'' AND (Q$=''G'' OR Q$
     =''D'' OR Q$=''E'' OR Q$=''F'')
     THEN GOSUB 4000
3300 RETURN
3600 IF Q$=''A'' THEN PRINT AT 0,0;
     ''A.-CONSUMO MENSUAL BRUTO
     (DATOS)
3620 IF Q$=''B'' THEN PRINT AT 0,0;
     ''B.-CONSUMO SIN VAR. CICLI-
     CAS''
3640 IF Q$=''C'' THEN PRINT AT 0,5;
     ''C.-TENDENCIA''
3660 IF Q$=''H'' THEN PRINT AT 0,0;
     ''H.-CONSUMO CORREGIDO''
3700 FOR I=1 TO T
3720 FOR J=1 TO 12
3740 PRINT AT 21,6*I-4;S(I)
3750 LET L=2*I-2+J
3755 IF L>=2 THEN PRINT AT L,1;''+'';
3760 PRINT AT 20,1;''+-----+-----+-----
     +-----+-----+''
3780 LET K =12*I-12+J
3800 IF Q$=''A''THEN PLOT (K+2),4+
     (F(I,J)-F(1,1))*38/F(T,12)
3820 IF Q$=''B'' THEN PLOT (K+2),4
     +(H(I,J)-H(1,1))*38/H(T,12)
3840 IF K>6 AND K<(T*12-6)AND 0$=
     ''C''THEN PLOT (K+2),4+(8(I,J)
     -B(1,7))*80/B(T,6)
3900 NEXT J
3950 NEXT I
3960 PAUSE 1000
3970 CLS
3980 RETURN
4100 IF Q$=''D'' THEN PRINT AT 0,0;
     ''D.-INFORMES DE ESTACIONA-
     LIDAD''
4120 IF Q$=''E''THEN PRINT AT 0,0;
     ''E.-INF ESTAC CORREGIDOS''
4140 IF Q$=''F''THEN PRINT AT 0,0;
     ''F.-COMPONENTE ESTACIONA-
     RIA
4150 IF Q$=''G''THEN PRINT AT 0,0;
     ''G.-COMPONENTE IRREGULAR''
4200 FOR I=1 TO T
4220 FOR J=1 TO 12
4240 PRINT AT 21,6*I-4;S(I);
4250 LET L=2*I-2+J
4255 IF L>=2 THEN PRINT AT L,1;''+
     '';
4260 PRINT AT 20,1;''+-----+-----+-----
     +-----+-----+''
4280 LET K=12*I-12+J
4300 IF Q$=''D'' THEN PLOT (K+2),8
     +(D(I,J)-D(1,1))*38/D(T,12)
4320 IF Q$=''E'' THEN PLOT (K+2),8
     +(G(I,J)-G(1,1))*38/G(T,12)
4340 IF Q$=''F'' THEN PLOT (K+2),8
     +(E (I,J)-E(1,1))*38/E(T,12)
4350 IF Q$=''G'' THEN PLOT (K+2),1
     +(D(I,J)*16/80)
4400 NEXT J
4420 NEXT I
4450 PAUSE 1000
4470 CLS
4490 RETURN
8020 FOR I=1 TO T
8030 LET S(I)=S(1)+I-1
8050 IF I<=5 THEN PRINT AT 2,5*I+2;
     S(I)
8060 NEXT I
8067 PRINT AT 3,0;''___(3)___(4)___(4)___(1)___(4)___(1)
     ___(4)___(1)___(4)___(1)___(4)___''
8075 PRINT AT 2,0;''ANO'';AT 4,0;''
     ENE'';TAB 0;''FEB'';TAB 0;''MAR
     '';TAB 0;''ABR'';TAB 0;''MAY'';
     ;TAB 0;''JUN'';TAB 0;''JUL''
8076 PRINT TAB 0;''AGO'';TAB 0;''SEP
     '';TAB 0;''OCT'';TAB 0;''NOV'';
     TAB 0;''DIC''
8088 PRINT
8090 PRINT TAB 0;''___(3)___(4)___(4)___(1)___(4)___(1)
     ___(4)___(1)___(4)___(1)___(4)___''
8092 PRINT TAB 0;''TOTAL''
8100 RETURN
8760 PRINT          AT0,3;''A.-CONSUMO
```

```
        MENSUAL BRUTO"
8761 GOSUB 8000
8762 FOR I =1 TO T
8766 FOR J =1 TO 12
8776 PRINT    AT    J + 3,5 *I + 2;V(I)
8790 NEXT J
8795 PRINT AT 18,5 *I + 2;F(I,J)
8800 NEXT I
8810 PAUSE 1000
8820 CLS
8830 GOTO 9000
9002 CLS
9005 PRINT      "DESESTACIONALIZA-
     CION DE SERIES"
9006 PRINT
9007 PRINT
9010 PRINT "A:-CONSUMO MENSUAL
     BRUTO (DATOS)"
9015 PRINT
9020 PRINT "B.CONSUMO CORREGI
     DOS VAR. CICLICAS
9025 PRINT
9030 PRINT "C.-COMPONENTE DE LA
     TENDENCIA"
9035 PRINT
9040 PRINT "D.-INFORMES ESTACIO-
     NALIDAD (0/0)"
9045 PRINT
9050 PRINT "E.-INFORMES CORREGI-
     DOS (0/0)"
9055 PRINT
9060 PRINT "F.-COMPONENTE DE ES-
     TACIONALIDAD"
9065 PRINT
9070 PRINT "G.-COMPONENTE IRRE-
     GULAR"
9075 PRINT
9080 PRINT "H.-CONSUMOS MENSUA-
     LES CORREGIDOS DE VARIACIO-
     NES ESTACIONALES"
9085 PRINT
9090 PRINT "I.-DIAGRAMAS"
9091 INPUT W$
9150 CLS
9200 IF W$ = "A" THEN GOSUB 8700
9210 IF W$ = "B" THEN GOTO 200
9220 IF W$ = "C" THEN GOTO 450
9230 IF W$ = "D" THEN GOTO 800
9240 IF W$ = "E" THEN GOTO 1500
9250 IF W$ = "F" THEN GOTO 1700
9260 IF W$ = "G" THEN GOTO 2300
9270 IF W$ = "H" THEN GOTO 2500
9280 IF W$ = "I" THEN GOSUB 3000
9300 GOTO 9000
9990 SAVE "SERIES"
9995 GOTO 9000
```

AJUSTE DE UNA CURVA POR MINIMOS CUADRADOS (Programa "MIN", núm. 4)

Este Programa ajusta una función, de un tipo determinado previamente entre varias opciones, a una NUBE DE PUNTOS producto de trasladar a unos ejes coordenados cartesianos N parejas de valores obtenidos en la realidad.

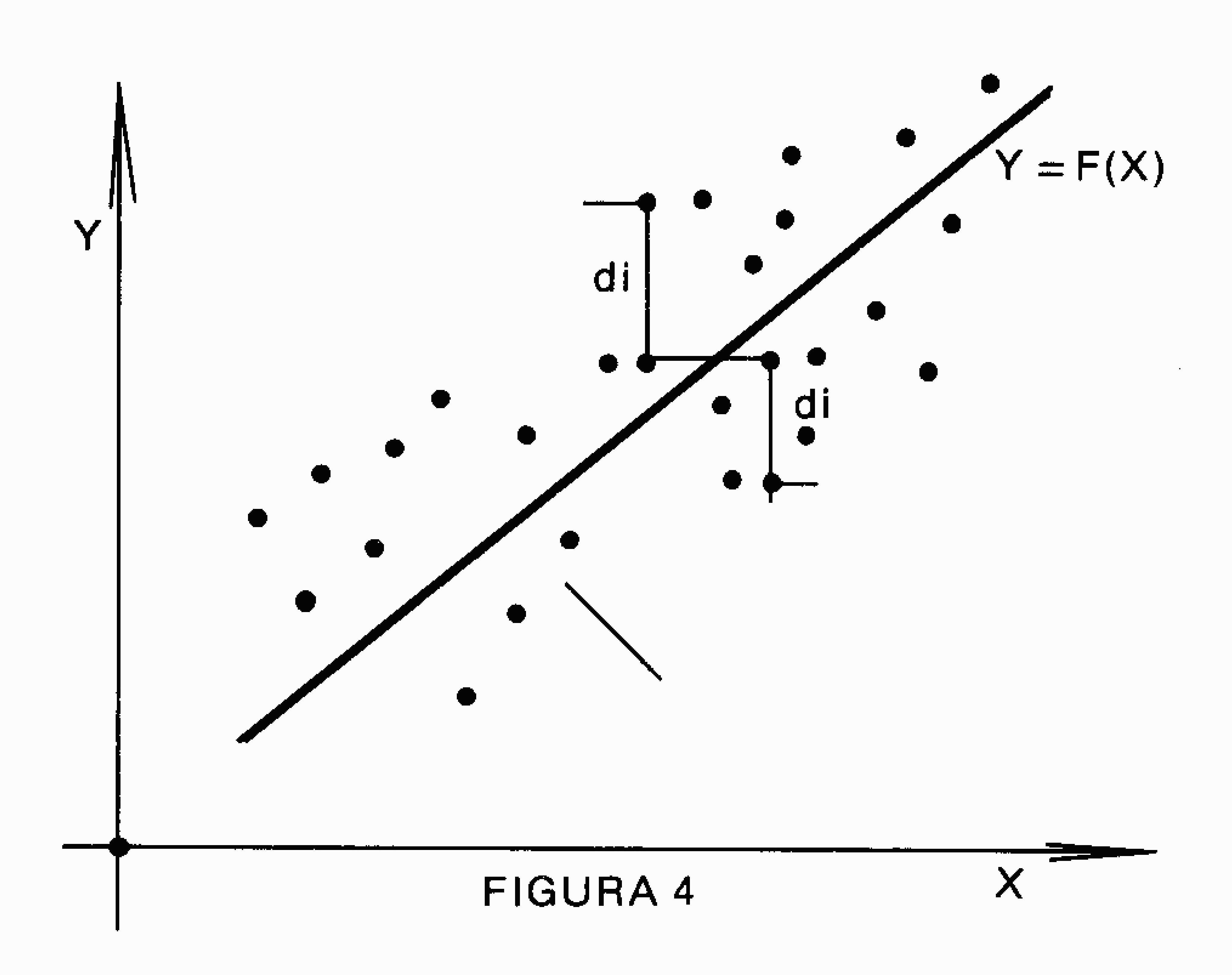


FIGURA 4

Las parejas de valores puden ser, por ejemplo, peso y estatura de los soldados de una determinada quinta.
La función F(x) que se obtiene en el ajuste no se adapta exactamente a la nube de puntos en la mayoría de los casos: los puntos se toman de la realidad, pudiendo incluso ser dobles (con la misma x pueden existir puntos con distinta y o al contrario).

Este es el motivo por el cual se mide la desviación (d) para cada valor de x (variable INDEPENDIENTE) entre el valor REAL de y (variable DEPENDIENTE) que debería haberse obtenido y el TEORICO que se obtiene mediante la función ajustada.
Como valores de la nube de puntos se encontrarán por encima de la función ajustada (d>0) y otros por debajo (d<0), la suma de desviaciones puede compensarse incluso con valores muy altos y distintos de desviación.
Para eliminar este problema obtenemos la suma de desviaciones elevadas al cuadrado (d^2), valor que se llama ERROR TIPICO DE ESTIMA, en cuyo caso no influye ya el signo de la desviación pues todo número al cuadrado es positivo.
El ajuste es mejor cuanto MENOR es el error típico de estima.
Un resultado que evidencia la bondad del ajuste son los coeficientes de DETERMINACION F(I) y de CORRELACION R(I) = SQR F(I).

El ajuste es tanto mejor cuanto R(I) se aproxima más a 1 y es NULO cuando R(I) = 0.

El Programa permite elegir entre varias OPCIONES:

7.- Visualizar los datos de entrada (las N parejas de valores reales que forman la nube de puntos sobre la que se pretende ajustar una función).

1-5.- Posibles opciones de FUNCIONES (en las que se han de introducir los parámetros de la función en el Programa).

8.- Informes de valores, desviaciones y error típico de estima realizados sobre la función ajustada previamente. Por tanto es imprescindible realizar una de las opciones 1-5 antes de proceder a elegir su homóloga dentro de la opción 8.

Una exposición más amplia del tema rebasa el propósito del libro, por lo que remitimos al lector a la Bibliografía.

PROGRAMA NUM. 4

AJUSTE POR MINIMOS CUADRADOS
(REGRESION DE X SOBRE Y)

OPCIONES: FUNCION
1.- EXPONENCIAL (Y = A *EXP (B *X)
2.- LOGARITMICA (Y = A + B *LN X)
3.- POTENCIAL (Y = A *X * *B)
4.- POLINOMICA 1 (Y = A1 + A2 *X)
5.- POLINOMICA 2 (Y = A + B *X + C *X2)

7.- DATOS DE ENTRADA
8.- INFORMES DE DIFERENCIAS

NOTA.- ANTES DE CALCULAR (7/8) SE HA DE CALCULAR LA FUNCION CORRESPONDIENTE

AJUSTE POR MINIMOS CUADRADOS
NUMERO DE PUNTOS: **10**
1(1,1.5)
2(2,3)
3(4,3)
4(4,4.5)
5(6,5)
6(6,7)
7(7,8)
8(6,8)
9(8,9)
10(9,9)

1.- FUNCION EXPONENCIAL
A = 1.5759
B = 0.2201

FUNCION: Y = 1.57 *EXP (0.22 *X)

8.- INFORMES DE DESVIACIONES

1.- EXPONENCIAL (Y = A *EXP (B *X)
2.- LOGARITMICA (Y = A + B *LN X)
3.- POTENCIAL (Y = A *X * *B)
4.- POLINOMICA 1 (Y = A1 + A2 *X)
5.- POLINOMICA 2 (Y = A + B *X + C *X2)

DESVIACIONES FUNC. EXPONENCIAL
Y = 1.57 *EXP (0.22 *X)

X(I)	Y(REAL)	Y(CALC)	DESVIAC
1	1.5	1.96	– 0.47
2	3	2.44	0.55
4	3	3.8	– 0.81
4	4.5	3.8	0.69
6	5	5.9	– 0.91
6	7	5.9	1.09
7	8	7.35	0.64
6	8	5.9	2.09
8	9	9.16	– 0.17
9	9	11.42	– 2.43

ERROR TIPICO ESTIMA = 1.199

2.- FUNCION LOGARITMICA
A = – .0343
B = 3.8731

FUNCION: Y = – .04 + 3.87 *LN X

DESVIACIONES FUNC. LOGARITMICA
Y = – .04 + 3.87 *LN X

X(I)	Y(REAL)	Y(CALC)	DESVIAC
1	1.5	– .04	1.53
2	3	2.65	0.34
4	3	5.33	– 2.34
4	4.5	5.33	– 0.84
6	5	6.9	– 1.91
6	7	6.9	.09
7	8	7.5	0.49
6	8	6.9	1.09
8	9	8.01	0.98
9	9	8.47	0.52

ERROR TIPICO DE ESTIMA = 1.222

3.- FUNCION POTENCIAL
A = 1.3917
B = 0.657

FUNCION: Y = 1.39 *X * *(0.85)

DESVIACIONES FUNC. POTENCIAL
Y= 1,39 *X * *(0,85)

X(I)	Y(REAL)	Y(CALC)	DESVIAC
1	1.5	1.39	0.1
2	3	2.52	0.47
4	3	4.56	– 1.57
4	4.5	4.56	– .07
6	5	6.46	– 1.47
6	7	6.46	0.53
7	8	7.37	0.62
6	8	6.46	1.53
8	9	8.27	0.72
9	9	9.14	– 0.15

ERROR TIPICO ESTIMA = 0.918

4.- FUNCION POLINOMIAL 1
A = 0.4087
B = 1.0172
COEF. DE DETERMINACION = 0.9997
COEF. DE CORRELACION = 0.9998
FUNCION: Y = 0.4 + 1.01 *X

DESVIACIONES FUNC. POLINOMICA 1
Y = 0.4 + 1.01 *X

X(I)	Y(REAL)	Y(CALC)	DESVIAC
1	1.5	1.42	.07
2	3	2.44	0.55
4	3	4.47	– 1.45
4	4.5	4.47	.02
6	5	6.51	– 1.52
6	7	6.51	0.48
7	8	7.52	0.47
6	8	6.51	1.48
8	9	8.54	0.45
9	9	9.56	– 0.57

ERROR TIPICO ESTIMA = 0.893

4.- FUNCION POLINOMIAL 2
A = 0.5226
B = 0.9559
C = .0062

FUNCION Y = 0.52 + 0.95 *X + 0 *X2

DESVIACIONES FUNC. POLINOMICA 2
Y = 0.52 + 0.95 *X + 0 *X2

X(I)	Y(REAL)	Y(CALC)	DESVIAC
1	1.5	1.48	.01
2	3	2.45	0.54
4	3	4.44	– 1.45
4	4.5	4.44	.05
6	5	6.48	– 1.49
6	7	6.48	0.51
7	8	7.51	0.48
6	8	6.48	1.51
8	9	8.56	0.43
9	9	9.62	– 0.63

ERROR TIPICO ESTIMA = 0.892

```
 1 REM ''MIN''
 6 FAST
10 PRINTAT 0,0;''AJUSTE POR MINI-
   MOS CUADRADOS''
15 PRINTAT 2,0;''NUMERO DE PUN-
   TOS:''
16 PRINT AT 3;19;''____(3)____''
```

```
 17 INPUT N
 18 PRINT AT 2,19;N
 20 DIM X(N)
 22 DIM T(N)
 24 DIM S(N)
 26 DIM F(N)
 28 DIM R(N)
 30 DIM Y(N)
 35 PRINT
 37 LET M =0
 39 FAST
 40 FOR I =1 TO N
 42 LET M =M +1
 50 PRINT AT 21,0;''DAR VALOR X('';I
    ;'')'';
 60 INPUT X(I)
 63 PRINT AT 21,0;''            ''
 65 PRINT AT 20,0;''          ''
 70 PRINT AT 21,16;''DAR VALOR Y('';
    I;'')'';
 80 INPUT Y(I)
 90 IF INKEY$ =''P'' THEN PRINT AT
    20,0;''REPETIR DATOS''
 92 IF INKEY$ =''P'' THEN GOTO 50
 96 IF I>=1 AND I<17 THEN PRINT AT
    I+3,0;I;''('';X(I);'','';Y(I);'')'';
 97 IF I>=17 AND I<33 THEN PRINT
    AT I+3-16,10;I;'' ('';X(I);'','';Y(I);
    '')'';
 98 IF I>=33 AND I<49 THEN PRINT
    AT I+3-32,21;I;''('';X(I);'','';Y(I);
    '')'';
 99 PRINT AT 21,16;'' (17) ''
100 NEXT I
102 PAUSE 100
103 CLS
104 PRINT AT 0,0;''AJUSTE POR MINI-
    MOS CUADRADOS''
105 PRINT
106 PRINT ''(REGRESION DE X SOBRE
    Y)''
107 PRINT AT 19,0;''NOTA.-ANTES DE
    CALCULAR (7/8) SE HA DE CAL-
    CULAR LA FUNCION CORRES-
    PONDIENTE''
108 PRINT AT 5,0;''OPCIONES: FUN-
    CION''
110 PRINT AT 10,0;''4.-POLINOMICA 1
    (Y =A1 +A2*X)''
120 PRINT AT 7;0;''1.-EXPONENCIAL
    (Y =A*EXP (B*X))''
130 PRINT AT 8,0;''2.-LOGARITMICA
    (Y =A +B*LN X)''
140 PRINT AT 9,0;''3.-POTENCIAL
    (Y =A*X**B)''
141 PRINT AT 11,0;''5.-POLINOMICA 2
    (Y =A +B*X +C*X2)''
143 PRINT AT 14,0;''7.-DATOS DE EN-
    TRADA''
145 PRINT AT 15,0;''8.-INFORMES DE
    DIFERENCIAS''
146 INPUT W
147 PAUSE 100
148 IF W =4 THEN CLS
150 IF W =4 THEN GOSUB 2000
154 IF W =3 THEN CLS
155 IF W =3 THEN GOSUB 5000
156 IF W =2 THEN CLS
157 IF W =2 THEN GOSUB 4000
158 IF W =1 THEN CLS
160 IF W =1 THEN GOSUB 3000
162 IF W =5 THEN CLS
164 IF W =5 THEN GOSUB 2200
168 IF W =6 THEN CLS
170 IF W =6 THEN GOSUB 1400
172 IF W =7 THEN CLS
174 IF W =7 GOSUB 400
197 IF W =8 THEN CLS
200 IF W =8 THEN GOSUB 6000
250 CLS
300 PRINT ''DESEAS OTRO CALCULO
    (S/N)?''
310 INPUT F$
320 IF F$ =''S'' THEN GOTO 104
330 IF F$ =''N'' THEN STOP
400 REM DATOS
410 PRINT AT 0,0;'AJUSTE POR MI-
    NIMOS CUADRADOS''
415 PRINT AT 2,0;''NUMERO DE PUN-
    TOS: '';N
416 PRINT AT 3,19;''____(3)____''
420 FOR I =1 TO N
436 IF I>=1 AND I<17 THEN PRINT AT
    I+3,0;I;''('';X(I);'','';Y(I);'')'';
437 IF I>=17 AND I<33 THEN PRINT
    AT I+3-16,10;I;''('';X(I);'','';Y(I);
    '')'';
438 IF I>=33 AND I<49 THEN PRINT
    AT I+3-32,0;I;''('';X(I);'','';Y(I);''
    )'';
450 NEXT I
460 PAUSE 400
```

```
470 CLS
480 RETURN
1000 REM CALCULO DE R
1005 DIM O(5)
1010 DIM T(5)
1020 DIM S(5)
1030 DIM F(5)
1040 DIM R(5)
1050 IF W =1 THEN GOTO 1150
1060 IF W =2 THEN GOTO 1200
1070 IF W =3 THEN GOTO 1250
1080 I W =5 THEN GOTO 1300
1100 LET T(4) =(C - ((A *B)/N))/(D - (A *
     A/N))
1110 LET S(4) =(B - T(4)*A)/N
1120 LET F(4) =(ABS 10**4*(1 - (E - S
     (4)*B - T(4)*C)/(N *B**2)))/10**4
1130 LET R(4) = F(4)**.5
1140 RETURN
1150 LET T(1) =(C - ((A *B)/N))/(D - (A *
     A/N))
1160 LET S(1) = EXP((B - T(1)*A)/N)
1170 LET F(1) =1 - ((E - S(1)*B - T(1)*C)
     /(N *B**2))
1175 LET R(1) =(ABS F(1))**.5
1180 RETURN
1200 LET T(2) =(N *C - A *B)/(N *D -A*A)
1210 LET S(2) =(B *D - A *C)/(N *D - A *A
     )
1220 LET F(2) =1 - ((E - S(2)*B - T(2)*C)
     /(N *B**2))
1225 LET R(2) = F(2)**.5
1230 RETURN
1250 LET T(3) =(N *C - AZ *B)/(N *D - AZ
     *A)
1260 LET S(3) = EXP ((B - T(3)*A)/N)
1270 LET F(3) =1 - ((E - S(3)*B - T(3)*C)
     /(N *B**2))
1280 LET R(3) = F(3)**.5
1290 RETURN
1300 LET DA =((B *D *J + C *G *D + F *A *G
     )/(F *D *D + J *C *A + B *G *G))
1310 LET DB =(N *D *J + 2*D *A *G) - (D *
     D *D + J *A *A + N *G *G)
1320 LET DC =((N *C *J + A *F *D + D *B *
     G) - (D *D *C + N *F *G + A *B *J))
1330 LET DD =((N *F *D + A *G *B + D *A *
     C) - (D *D *B + N *C *G + A *A *F))
1340 LET S(5) = DA/DB
1345 LET T(5) = DC/DB
1350 LET O(5) = DD/DB
1370 LET F(5) =1 - ((E - S(5)*B - T(5)*
     C - 0(5)*F)/(N *B**2))
1380 LET R(5) = F(5)**.5
1390 RETURN
1400 REM
1403 FAST
1405 CLS
1406 DIM L(N)
1409 DIM M(N)
1410 DIM J(N)
1411 DIM N(N)
1412 DIM G(N)
1413 DIM H(N)
1414 LET CD =0
1415 LET CJ =0
1416 LET ZC =0
1417 LET Z =0
1419 LET ZJ =0
1420 LET ZD =0
1422 LET Q(1) =0
1424 LET R(1) =0
1426 LET ZP =0
1428 LET ZM =0
1440 FOR I =1 TO N
1445 GOSUB 1000
1450 IF W =1 THEN LET J(I) =S(1)*EXP
(T(1)*X(I))
1460 IF W =2 AND X(I)>0 THEN LET J(I)
     =S(2)+T(2)*LN X(I)
1470 IF W =3 THEN LET J(I) =S(3)*X(I)
     **(T(3))
1480 IF W =4 THEN LET J(I) =S(4) + T
     (4)*(X(I))
1490 LET ZC =ZC + Y(I)
1496 NEXT I
1498 FOR I =1 TO N
1499 LET ZI =(J(I) - (ZC/N))
1500 LET ZK =(ZI)*ZI
1510 LET ZJ =(Y(I) - (ZC/N))
1520 LET ZL =(ZJ)*ZJ
1535 LET ZM =ZM + (ZL)
1540 LET ZP =ZP + (ZK)
1542 LET L(I) =ZP / ZM)
1543 LET N(I) =L(I)**.5
1548 NEXT I
1553 PRINT AT 0,0;''5.-RESUMEN''
1555 PRINT AT 1,11;''C.DETERM.'';
     AT 1,22;''C.CORREL.''
1560 PRINT AT 2,11;''____(9)____'';
     AT 2,22;''____(9)____''
1582 PRINT AT 3,0;''EXPONENC.'';
```

```
1584 PRINT AT 8,0;''LOGARITM.'';
1586 PRINT AT 13,0;''POTENCIA.'';
1588 PRINT AT 18,0;''POLINOM 1'';
1589 FOR W=1 TO 4
1590 IF W THEN PRINT AT 5*W,22;INT
     (ZP);AT 5*W+1,22;INT ((ZM)*10**
     4)/10**4
1591 FOR I=1 TO N
1592 IF W THEN PRINT AT 5* W-2,11;
     INT (L(I)*10**4)/10**4;AT 5*W-2,
     22;INT (N(I)*10**4)/10**4
1593 NEXT I
1595 IF W=1 THEN PRINT AT 5*W,0;''
     A='';INT (S(I)*10**4)/10**4;AT 5*
     W+1,0;''B='';INT (T(1)*10**4)/1
     0**4;
1596 IF W=2 THEN PRINT AT 5*W,0;
     ''A='';INT (S(2)*10**4)/10**4;AT
5*W+1,0;''B='';INT (T(2)*10**4)/10**
     4;
1597 IF W=3 THEN PRINT AT 5*W,O;
     ''A='';INT (S(3)*10**4)/10**4;AT
     5*W+1,0;''B='';INT (T(3)*10**4)/
     10**4;
1599 IF W=4 THEN PRINT AT 5*W,0;
     ''A='';INT (S(4)*10**4)/10**4;AT
     5*W+1,0;''B='';INT (T(4)*10**4)/
     10**4;
1615 PRINT AT 5*W,11;''VAR. EXP.'';
AT 5*W+1,11;''VAR. TOT.'';
1625 PAUSE 250
1640 NEXT W
1650 PAUSE 800
1660 CLS
1720 RETURN
2000 PRINT AT 0,0;''4.-FUNCION PO-
     LINOMIAL 1''
2040 FOR I=1 TO N
2050 GOSUB 8000
2055 GOSUB 1000
2057 PRINTAT 2,0;''A='';INT (S(4)*10
     **4)/10**4;
2058 PRINT AT 4,0;''B='';INT(T(4)*10**
     4)/10**4;
2060 PRINT AT6,0;''COEF. DE DETER-
     MINACION='';INT (F(4)*10**4)/10
     **4
2070 PRINT AT 8,0;''COEF. DE CORRE-
     LACION='';INT (R(4)*10**4)/10**
     4
2075 PRINT AT 10,0;'FUNCION: Y='';
     INT (S(4)*10**2)/10**2;''+'';INT
     (T(4)*10**2)/(10**2);''*X''
2088 NEXT I
2090 PAUSE 400
2100 RETURN
2200 PRINT AT 0,0;''4.-FUNCION POLI-
     NOMIAL 2''
2240 FOR I=1 TO N
2250 GOSUB 8000
2255 GOSUB 1000
2257 PRINT AT 2,0;''A='';INT (S(5)
     *10**4)/10**4;
2258 PRINT AT 4,0;''B='';INT (T(5)*10
     **4)/10**4;
2259 PRINT AT 6,0;''C='';INT (O(5)*
     10**4)/10**4;
2275 PRINT AT 12,0;''FUNCION Y='';
     INT (S(5)*10**2)/10**2;''+'';INT
     (T(5)*10**2)/(10**2);''*X+'';INT (
     O(5)*10**2)/(10**2);''*X2''
2280 NEXT I
2290 PAUSE 400
2300 RETURN
3000 PRINT AT 0,0;''1.-FUNCION EXPO-
     NENCIAL''
3015 FOR I=1 TO N
3018 GOSUB 8000
3025 GOSUB 1000
3057 PRINT AT 2,0;''A='';INT (S(1)*10
     **4)/10**4;
3058 PRINT AT 4,0;''B=''; INT (T(1)*10
     **4)/10**4;
3075 PRINT AT 10,0;''FUNCION: Y='';
     INT (S(1)*10**2)/10**2;'' *EXP ('';
     INT (T(1)*10**2)/10**2;''*X)
     ''
3080 NEXT I
3090 PAUSE 400
3100 RETURN
4000 PRINT AT 0,0;''2.-FUNCION
     LOGARITMICA''
4020 FOR I=1 TO N
4040 GOSUB 8000
4050 GOSUB 1000
4057 PRINT AT 2,0;''A=''; INT (S(2)
     *10**4)/10**4;
4058 PRINT AT 4,0;''B='';INT (T(2)
     *10**4)/10**4;
4075 PRINT AT 10,0;''FUNCION: Y='';
     INT (S(2)*10**2)/10**2;''+'';INT
     (T(2)*10**2)/10**2;''*LN X''
```

```
4080 NEXT I
4090 PAUSE 400
4100 RETURN
5000 PRINT AT 0,0;''3.-FUNCION
     POTENCIAL''
5020 FOR I=1 TO N
5045 GOSUB 8000
5070 GOSUB 1000
5072 PRINT AT 2,0;''A='';INT (S(3)
     *10**4)/10**4;
5075 PRINT AT 4,0;''B='';INT (T(3)
     *10**4)/10**4;
5078 PRINT AT 10,0;''FUNCION : Y='';
     INT (S(3)*10**2)/10**2;''*X**('';
     INT (T(3)*10**2)/10**2;'')''
5080 NEXT I
5085 PAUSE 400
5100 RETURN
6000 REM DESVIACIONES
6010 PRINT AT 0,0;''8.-INFORMES DE
     DESVIACIONES''
6012 PRINT AT 10,0;''4.-POLINOMICA 1
     (Y=A1+A2  *X)''
6014 PRINT AT 7,0;''1.-EXPONENCIAL
     (Y=A*EXP (B*X))''
6016 PRINT AT 8,0;''2.-LOGARITMICA
     (Y=A+B*LN X)''
6018 PRINT AT 9,0;'' 3.-POTENCIAL
     (Y=A*X**B)''
6020 PRINT AT 11,0;''5.-POLINOMICA 2
     (Y=A+B*X+C*X2)''
6025 INPUT W
6030 IF W<1 OR W>5 THEN GOTO 6025

6040 PAUSE 100
6045 CLS
6050 PRINT AT 0,0''DESVIACIONES
     FUNC.'';
6055 LET Z=0
6060 FOR I=1 TO N
6062 IFI>=14 THEN PAUSE 400
6063 IF I<=14 THEN GOSUB 9000
6065 IF I>=14 THEN LET I=I-13
6070 IF I<14 THEN PRINT AT I+6, 0;INT
     (X(I)*10**2)/10**2;AT I+6,6;INT
     (Y(I)*10**2)/10**2;
6072 IF I>=14 THEN PRINT AT I+6-
     13,0;INT (X(I)*10**2)/10**2; AT I
     +6-13,6;INT (Y(I)*10**2)/10**2;
6165 PRINT AT 4,0;''X(I)'';AT 4,6;''Y
     (REAL)'';AT 4,14;''Y(CALC)'';AT 4,
     22;''DESVIAC ''
6167 PRINT AT 5,0;''(4)'';AT 5,6;''(7)'';
     AT 5,14;''(7)''AT 5,22;''(7)''
6580 IF W=1 THEN LET Y=S(1)*EXP (T
     (1)*X(I))
6585 IF W=1 THEN PRINT AT 0,13;''
     EXPONENCIAL'';AT 2,0;'' Y='';
     INT (S(1)*10**2)/10**2;''*EXP('';
     INT (T(1)*10**2)/10**2;''*X)''
6590 IF W=2 AND X(I)>O THEN LET Y
     =s(2)+T(2)*LNX(I)
6595 IF W=2 THEN PRINT AT 0,18;''
     LOGARITMICA''; AT 2,0;''Y='';
     INT (S(2)*10**2)/10**2;''+'';INT
     (T(2)*10**2)/10**2;''*LN X''
6600 IF W=3 THEN LET Y=S(3)*(X(I)**
     T (3))
6605 IF W=3 THEN PRINT AT 0,13;''
     POTENCIAL'';AT 2,0;''Y='';INT (S
     (3)*10**2)/10**2;''*X**('';INT (T(3)
     *10**2)/10**2;'')''
6610 IF W=4 THEN LET Y=S(4)+T(4)*
     (X(I))
6615 IF W=4 THEN PRINT AT 0,18;''
     POLINOMICA1'';AT 2,0;''Y='';INT
     (S(4)*10**2)/10**2;''+'';INT(T(4)*
     10**2)/10**2;''*X''
6620 IF W=5 THEN LET Y=S(5) +T(5)*
     (X(I))+O(5)*X(I)**2
6625 IF W=5 THEN PRINT AT 0,18;''
     POLINOMICA 2'';AT 2,0;''Y='';
     INT (S(5)*10**2)/10**2;''+'';INT
     (T(5)*10**2)/10**2;''*X+'';INT
     (O(5)*10**2)/10**2;''*X2
6650 IF I<14 THEN PRINT AT I+6,14;
     INT (Y*10**2)/10**2
6652 IF I>14 THEN PRINT AT I+6-13,
     14;INT (Y*10**2)/10**2
6654 IF I<14 THEN PRINT AT I+6,22;
     INT ((Y(I)-Y)*10**2)/10**2
6656 IF I>=14 THEN PRINT AT I+6-
     13,22; INT ((Y(I)-Y)*10**2)/10**2
6657 GOSUB 9600
6658 IF I=N THEN PRINT AT 19,22;
     ''(7)''
6662 NEXT I
6670 PAUSE 800
6700 RETURN
8000 REM CALCULO
8002 DIM U(N)
8003 DIM V(N)
```

```
8004 DIM W(N)
8005 DIM P(N)
8007 LET J =0
8008 LET G =0
8009 LET F =0
8010 LET A =0
8020 LET B =0
8022 LET R =0
8024 LET V =0
8030 LET C =0
8040 LET D =0
8050 LET E =0
8052 LET AZ =0
8060 IF W =2 THEN GOTO 8200
8070 IF W =3 THEN GOTO 8300
8080 IF W =4 THEN GOTO 8400
8090 IF W =5 THEN GOTO 8500
8100 FOR I =1 TO H
8102 LET U(I) =LN Y(I)
8106 LET A =A + X(I)
8108 LET D =D + X(I) *X(I)
8112 LET B =B + U(I)
8114 LET C =C + X(I) *U(I)
8118 LET E =E + LN Y(I) *U(I)
8120 REM LET AY =AY + LN X(I) *LN X
     (I)
8160 NEXT I
8170 RETURN
8200 FOR I =1 TO N
8202 LET V(I) =LN X(I)
8207 LET B =B + Y(I)
8208 LET C =C + Y(I) *X(I)
8210 LET E =E + Y(I) *Y(I)
8213 LET A =A + V(I)
8216 LET D =D + X(I) *V(I)
8220 LET AZ =AZ + X(I)
8230 NEXT I
8240 RETURN
8300 FOR I =1 TO N
8302 LET W(I) =LN X(I)
8304 LET P(I) =LN Y(I)
8312 LET B =B + P(I)
8313 LET A =A + W(I)
8314 LET C =C + X(I) *P(I)
8316 LET D =D + X(I) *W(I)
8318 LET E =E + P(I) *P(I)
8320 LET AZ =AZ + X(I)
8330 NEXT I
8340 RETURN
8400 FOR I =1 TO N
8403 LET A = A + X(I)
8404 LET B =B + Y(I)
8406 LET C =C + Y(I) *X(I)
8408 LET D =D + X(I) *X(I)
8410 LET E =E + Y(I) *Y(I)
8420 NEXT I
8430 RETURN
8500 FOR I =1 TO N
8503 LET A =A + X(I)
8504 LET B =B + Y(I)
8506 LET C =C + Y(I) *X(I)
8508 LET D =D + X(I) *X(I)
8522 LET F =F + Y(I) *X(I) *X(I)
8524 LET G =G + X(I) *X(I) *X(I)
8526 LET J =J + X(I) *X(I) *X(I) * X(I)
8540 NEXT I
8550 RETURN
9000 REM BORRAR
9010 FOR I =7 TO 19
9020 PRINT AT I,0;"
                               "
9030 NEXT I
9050 RETURN
9600 REM
9630 LET ZZ =(Y(I) – Y)
9640 LET Z =Z + (ZZ) *ZZ
9645 LET ZA =(Z / N) **,5
9660 IF I =N THEN PRINT AT 20,22;INT
     (ZA *10 **3) / 10 **3
9670 IF I =N THEN PRINT AT 20,0;"
     ERROR TIPICO ESTIMA ="
9700 RETURN
9980 PRINT (256 *PEEK 16405 + PEEK
     16404 – 16384) / 1024
9982 PAUSE 100
9984 CLS
9986 GOTO 1
9990 SAVE "MIN"
9999 GOTO 1
```

AMORTIZACION DE UN PRESTAMO (Programa "PRESTAMO", número 5)

Mediante este Programa es posible obtener uno de los 4 conceptos que se expresan en las OPCIONES en función de los otros 3.

DEFINICION DE VARIABLES

AA = Cantidad total prestada.
IA = Tasa anual de interés a la que se realiza el préstamo.
DURACION:
TA = años } Total plazo Amortización del Préstamo.
TB = meses }
CA = Cantidad a pagar cada vez (Importe de cada pago).
PA = Número de pagos al año.
NUM = Número de pagos total del Préstamo.
PY = Cantidad total pagada.
COSTO DEL PRESTAMO = PY – AA

METODO DE CALCULO

CA = AA *IA *(1 – IA) * *NUM / ((1 – IA) * *(NUM – 1)) (1)
AA = CA *((1 – IA) * *(NUM – 1)) / (1 – IA) * *NUM / IA (2)
NUM = INT (– LN(1 – AA *IA / CA) / LN(1 – IA)) – 1 (3)
IA = (CA *NUM / AA) – 1 / 12 (4)
PY = CA *NUM (5)

La duración del Préstamo se da en años (TA) y meses (TB), debiéndose suministrar al ordenador, además, el número de pagos al año (PA). Los casos que se resuelven mediante este Programa pueden obedecer a los siguientes problemas:

A.- Importe de cada PAGO (CA). Ecuación (1)
    Datos: AA, IA, NUM.
B.- Cantidad Prestada (AA). Ecuación (2)
    Datos: CA, IA, NUM.
C.- Número de Pagos iguales (NUM). Ecuación (3)
    Datos: AA, IA, CA.
D.- Tasa de Interés (IA) en porcentaje (%). Ecuación (4)
    Datos: CA, NUM, AA.

El Programa pregunta los datos ordenadamente y presenta los resultados en una Tabla Resumen que indica: Número del mes, Pago mensual, Parte del Préstamo que se paga con el pago efectuado en ese mes (parte del principal) e Intereses del Préstamo en ese mes, y la parte del Principal no amortizada hasta ese momento.
Como resumen se obtienen: la Cantidad total pagada (PY) y el costo del Préstamo, es decir, el pago realizado sobre el principal en concepto de Intereses.
Finalmente: para obtener el Tipo de INTERES REAL al que se ha pagado el Préstamo solo tendríamos que obtener la relación (PY – AA) / AA.

PROGRAMA NUM. 5

AMORTIZACION DE UN PRESTAMO

OPCIONES:ES POSIBLE OBTENER

A.- IMPORTE DE CADA PAGO
B.- CANTIDAD PRESTADA
C.- NUMERO DE PAGOS IGUALES
D.- TASA DE INTERES (0/0)

AMORTIZACION DE UN PRESTAMO

B.- CANTIDAD PRESTADA = 65000
C.- DURACION PRESTAMO (A + M)
AÑOS = 10
MESES = 0
D.- TASA INTERESES (0/0) = 10.05
E.- NUM. DE PAGOS/AÑO = 2

AMORTIZACION DE UN PRESTAMO

B.- CANTIDAD PRESTADA = 65000
C.- DURACION PRESTAMO(A + M)
AÑOS = 10
MESES = 0
D.- TASA INTERESES (0/0) = 10.05
E.- NUM. DE PAGOS/AÑO = 2

AMORTIZACION DE UN PRESTAMO
CUANTIA PRESTAMO = 65000
INTERES ANUAL = 10.05
NUMERO DE PAGOS = 20
SUMA DE CADA PAGO = 5226.83
NUMERO PAGOS/AÑO = 2

N	TOTAL	PRINC	INT	RESTO
1	5226	1960	3266	63039
2	5226	2059	3167	60980
3	5226	2162	3064	58817
4	5226	2271	2955	56545
5	5226	2385	2841	54161
6	5226	2505	2721	51655
7	5226	2631	2595	49024
8	5226	2763	2463	46261
9	5226	2902	2324	43359
10	5226	3048	2178	40311
11	5226	3201	2025	37110
12	5226	3362	1864	33748
13	5226	3530	1695	30217
14	5226	3708	1518	26508
15	5226	3894	1332	22613
16	5226	4090	1136	18523
17	5226	4296	930	14227
18	5226	4511	714	9715
19	5226	4738	488	4976
20	5226	4976	250	0

TOTAL PAGOS = 104536.6
COSTO PRESTAMO = 39536.6

DESEAS OTRO CALCULO?(S/N)

```
5 FAST
10 PRINT "AMORTIZACION DE UN PRESTAMO"
20 PRINT AT 4,0;"OPCIONES:ES POSIBLE OBTENER"
30 PRINT AT 8,0;"A.-IMPORTE DE CADA PAGO"
40 PRINT AT 10,0;"B.-CANTIDAD PRESTADA"
50 PRINT AT 12,0;"C.-NUMERO DE PAGOS IGUALES"
60 PRINT AT 14,0;"D.-TASA DE INTERES (0/0)"
100 INPUT W$
102 CLS
105 GOSUB 2000
107 PAUSE 100
108 CLS
110 IF W$="B" THEN GOTO 1100
120 IF W$="C" THEN GOTO 1200
130 IF W$="D" THEN GOTO 1300
1000 REM
1010 LET CA=AA*IA*(1+IA)**N/((1+IA)**N-1)
1020 GOTO 5500
1100 LET AA=CA*((1+IA)**N-1)/(1+IA)**N/IA
1110 GOTO 5500
1200 LET N=INT (-LN(1-AA*IA/CA)/LN(1+IA))+1
1210 GOTO 5500
1300 LET IA=(CA*N/AA-1)/12
1310 IF IA>0 THEN LET IA=1.001
1320 IF IA<=0 THEN PRINT "TASA INCORRECTA"
1330 LET S8=(1-IA**(-N))/(IA-1)
1340 LET C=CA*S8
1350 LET X9=((IA-1)*N*IA**(-N)/IA-(1-IA**(-N)))/(IA-1)**2
1360 LET B=CA*X9
1370 LET C=C-AA
1380 LET IA=IA+C/B
1390 IF ABS (C)>.1 THEN GOTO 1330
1400 LET IA=IA-1
1410 IF (PA*CA)>(IA*AA*PA+1)THEN PRINT
1420 PRINT "PAGOS AÑO 1";(PA*CA)
1430 PRINT "INTER AÑO 1";(IA*AA*PA)
1450 GOTO 5500
2000 PRINT "AMORTIZACION DE UN PRESTAMO"
2010 IF W$="A" THEN GOSUB 2240
2015 IF W$="A" THEN GOSUB 2350
2020 IF W$="A" THEN GOSUB 2460
2027 IF W$="B" THEN GOSUB 2130
2030 IF W$="B" THEN GOSUB 2350
2040 IF W$="B" THEN GOSUB 2460
2047 IF W$="C" THEN GOSUB 2130
2050 IF W$="C" THEN GOSUB 2240
2060 IF W$="C" THEN GOSUB 2460
2070 IF W$="D" THEN GOSUB 2130
2080 IF W$="D" THEN GOSUB 2240
2090 IF W$="D" THEN GOSUB 2350
2100 RETURN
2130 PRINT AT 8,0;"A.-IMPORTE DE CADA PAGO";
2140 INPUT CA
2150 PRINT AT 8,22;" = ";CA
2200 RETURN
2240 PRINT AT 10,0;"B.-CANTIDAD PRESTADA";
2250 INPUT AA
2260 PRINT AT 10,22;" = ";AA
2300 RETURN
2350 PRINT AT 12,0;"C.-DURACION PRESTAMO (A+M)"
2380 PRINT AT 14,0;"AÑOS =";
2385 INPUT TC
2387 PRINT AT 14,22;" = ";TC
2390 PRINT AT 16,0;"MESES =";
2395 INPUT TB
2397 PRINT AT 16,22;" = ";TB
2400 LET TA=TC+INT (TB/12)
2420 RETURN
2460 PRINT AT 18,0;"D.-TASA INTERES (0/0)";
2470 INPUT IE
2480 PRINT AT 18,22;" = ";IE
2500 IF IE>1 THEN LET IE=IE/100
2510 PRINT AT 20,0;"E.-NUM. DE PAGOS/AÑO";
2520 INPUT PA
2530 PRINT AT 20,22;" = ";PA
2540 LET IA=IE/PA
2550 LET N=TC*PA+INT (TB*PA/12)
2600 RETURN
5000 REM
5050 LET INT=IA*X
5060 LET Y=CA-INT
5070 IF Y<=X THEN GOTO 5100
5080 LET Y=X
```

```
5090 LET CA = Y + INT
5100 LET X = X - Y
5110 REM PRINT TAB 0;I;TAB 4;INT
     (10**2*CA)/10**2;TAB 10;INT (10
     **2*Y)/10**2;TAB 18;INT (10**2*
     INT)/10**2;TAB 24;INT (10**2*X)/
     10**2
5120 LET PY = PY + CA
5130 LET CT = CT + 1
5140 REM IF CT<>19 THEN NEXT I
5150 REM LET CT = 0
5200 RETURN
5300 REM
5305 PRINT
5306 PRINT
5310 PRINT "TOTAL PAGOS (5) = ";INT
     (10**2*PY)/10**2
5315 PRINT
5320 PRINT "COSTO PRESTAMO(2) = ";
     INT (10**2*(PY - AA))/10**2
5330 PRINT AT 21,0;"DESEAS OTRO
     CALCULO? (S/N)"
5340 INPUT F$
5345 IF F$ = "S" THEN PAUSE 50
5347 IF F$ = "S" THEN CLS
5350 IF F$ = "S" THEN GOTO 1
5355 STOP
5360 RETURN
5500 PRINT"AMORTIZACION DE UN
     PRESTAMO"
5510 PRINT
5520 PRINT "CUANTIA PRESTAMO = "
     ;AA
5530 PRINT "INTERES ANUAL = "
     ;IE*100
5540 PRINT "NUMERO DE PAGOS = "
     ;N
5550 PRINT "SUMA DE CADA PAGO =
     ";CA
5560 PRINT "NUMERO PAGOS/AÑO =
     ";PA
5570 PRINT AT 8,0;"N";AT 8,4;"TOTAL
     ";AT 8,11;"PRINC";AT 8,18;"INT
     ";AT 8,25;"RESTO"
5572 PRINT AT 9,0;"___(2)___";AT 9,4;"_
     ___(5)___";AT 9,11;"___(5)___"
     ;AT 9,18;"___(5)___";AT 9,25;
     "___(5)___"
5575 PRINT
5576 LET X = AA
5577 LET PY = 0
5578 LET CT = 0
5580 FOR I = 1 TO M
5582 GOSUB 5000
5585 SLOW
5590 PRINT TAB 0;I;
5600 IF AA<=10000 THEN PRINT TAB
     4;INT (10**2*CA)/10**2;
5605 IF AA>10000 THEN PRINT TAB
     4;INT (CA);
5610 IF AA<=10000 THEN PRINT TAB
     11;INT (10**2*Y)/10**2;
5615 IF AA>10000 THEN PRINT TAB 11;
     INT (Y):
5620 IF AA<=10000 THEN PRINT TAB
     18;INT (10**2*INT)/10**2;
5625 IF AA>10000 THEN PRINT TAB 18;
     INT (INT);
5630 IF AA<=10000 THEN PRINT TAB
     25;INT (10**2*X)/10**2;
5635 IF AA>10000 THEN PRINT TAB 25;
     INT X;
5640 PAUSE 50
5645 FAST
5650 NEXT I
5700 GOSUB 5300
9970 STOP
9980 PRINT (256*PEEK 16405 + PEEK
     16404 - 16389)/1024
9982 PAUSE 100
9984 CLS
9986 GOTO 1
9990 SAVE "PRESTAMO"
9999 GOTO 1
```

CAMINO CRITICO (Programa ''PCS'', número 6)

En 1.957 los EE.UU completaron el proyecto POLARIS con 2 años de adelanto sobre la fecha prevista. Y ello fué debido a la planificación de las actividades del proyecto mediante el METODO PERT, el más antiguo de los métodos de Camino Crítico, pero no el único. Para aplicar un método de Camino Crítico a un proyecto se ha de dividir éste en actividades, de las cuales se debe conocer su duración en condiciones normales y su secuencia de realización.
El número de actividades a considerar en una Planificación de Camino Crítico debe estar en función del plazo total de realización, de la complejidad del proyecto y de las penalidades que se impongan en caso de retraso, a cuyo conjunto de motivos le llamamos NIVEL DE ANALISIS.
En este Programa consideramos un método de Camino Crítico algo distinto del PERT, método en cuya descripción no entramos.
Los finales de las actividades se relacionan con los comienzos de las siguientes mediante LIGADURAS o RELACIONES cuyo valor se establece igual a cero. Para cada actividad se han de dar su duración y las actividades precedentes. La primera de las actividades no tiene precedentes ni la última tiene consecuentes.
El Programa calcula el camino MAS LARGO entre las actividades inicial y final, camino llamado CRITICO al estar formado por actividades cuya duración mayor que la prevista supone un RETRASO en la fecha de terminación TOTAL en la misma cuantía.
Las relaciones entre las actividades y sus duraciones dan lugar a tiempos MAS PRONTO y MAS TARDE (tanto de comienzo como de terminación) - Figura 5 - los cuales se resumen en una TABLA, así como la HOLGURA TOTAL (H.T) para cada una de las actividades.

Si definimos la Holgura Total como el tiempo de que dispone una actividad cuando todas las actividades precedentes terminan lo más tarde posible o las consecuentes comienzan lo más pronto posible, podemos definir como CAMINO CRITICO aquél que esta formado por actividades con H.T. =0. Para esas actividades el Programa escribe un * a la derecha de la HT.

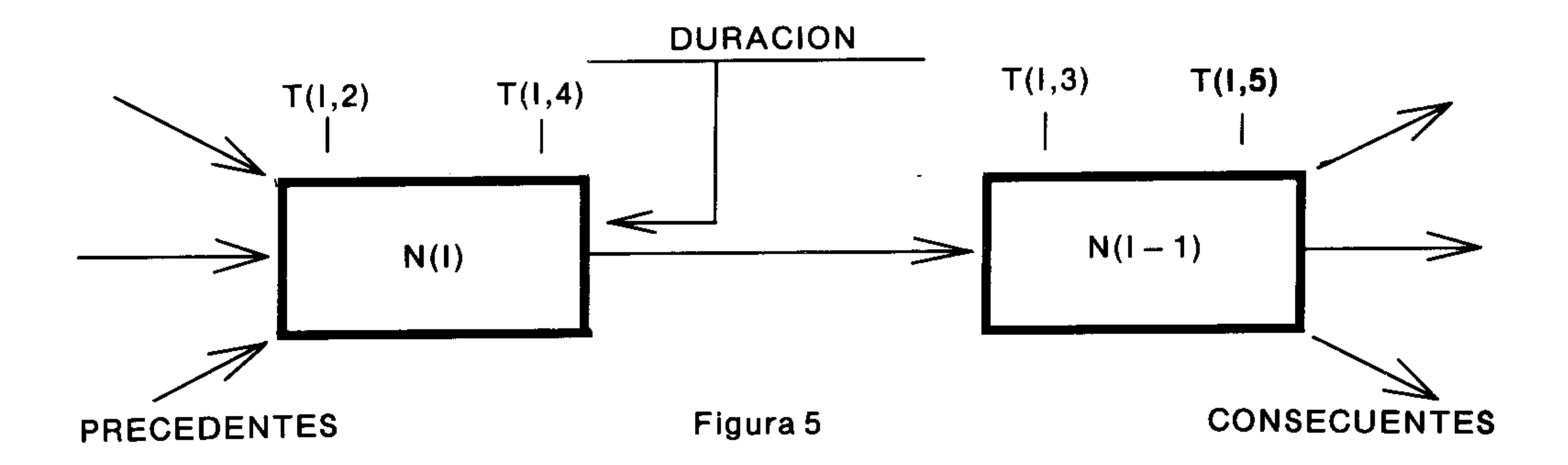


Figura 5

El algoritmo de cálculo de los TIEMPOS se desarrolla en 2 FASES:

1.- En la primera se calculan los tiempos MAS PRONTO tal como se explica en la Figura 6: se calcula el tiempo más pronto de comienzo de una actividad (T(I,2)) como el MAS ALTO de los tiempos de terminación de los precedentes. El tiempo más pronto de terminación T(I,3) = T(I,2) + T(I,1)

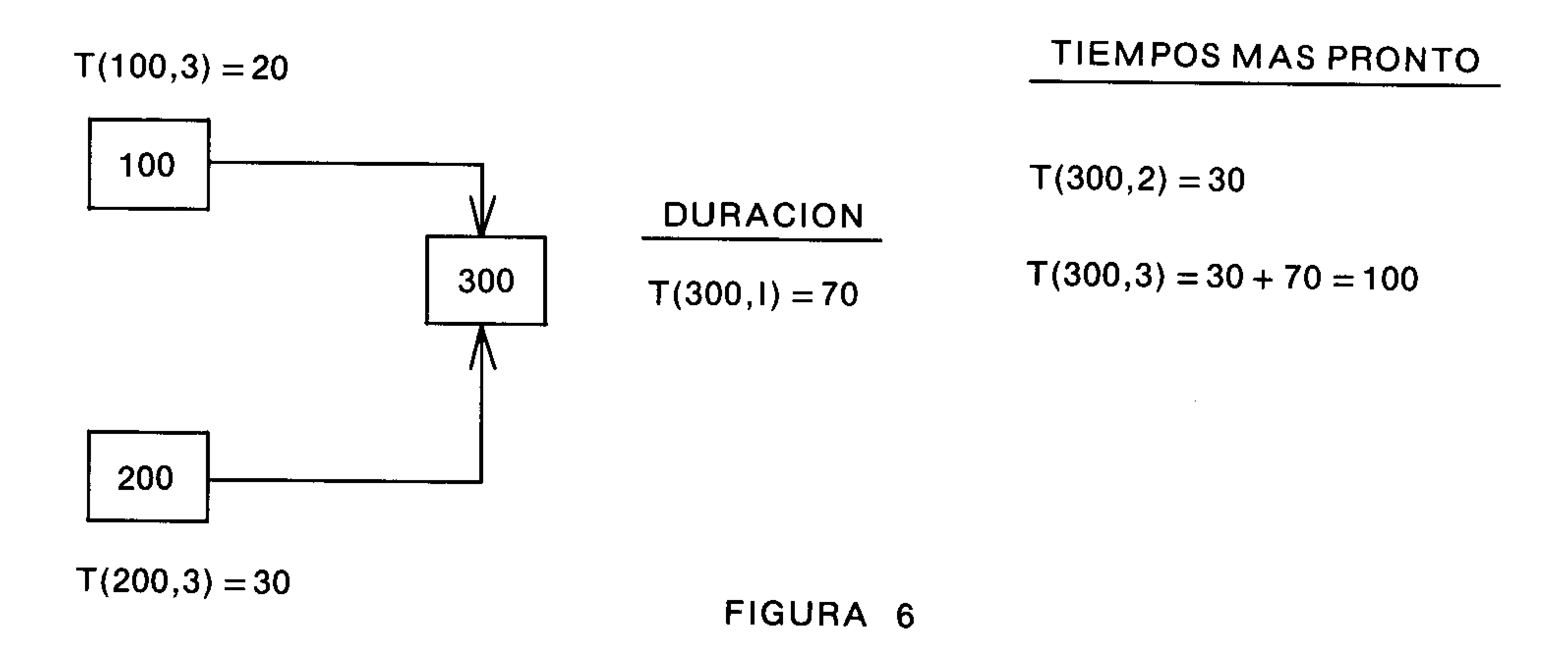


FIGURA 6

2.- En la segunda se calculan los tiempos MAS TARDE tal como se explica en la Figura 7: se calcula el tiempo más tarde de terminación de una actividad como el MENOR de los tiempos más tarde de comienzo de las actividades consecuentes. La fecha de terminación del proyecto es la T(I,3) = T(I,5) de la última actividad.

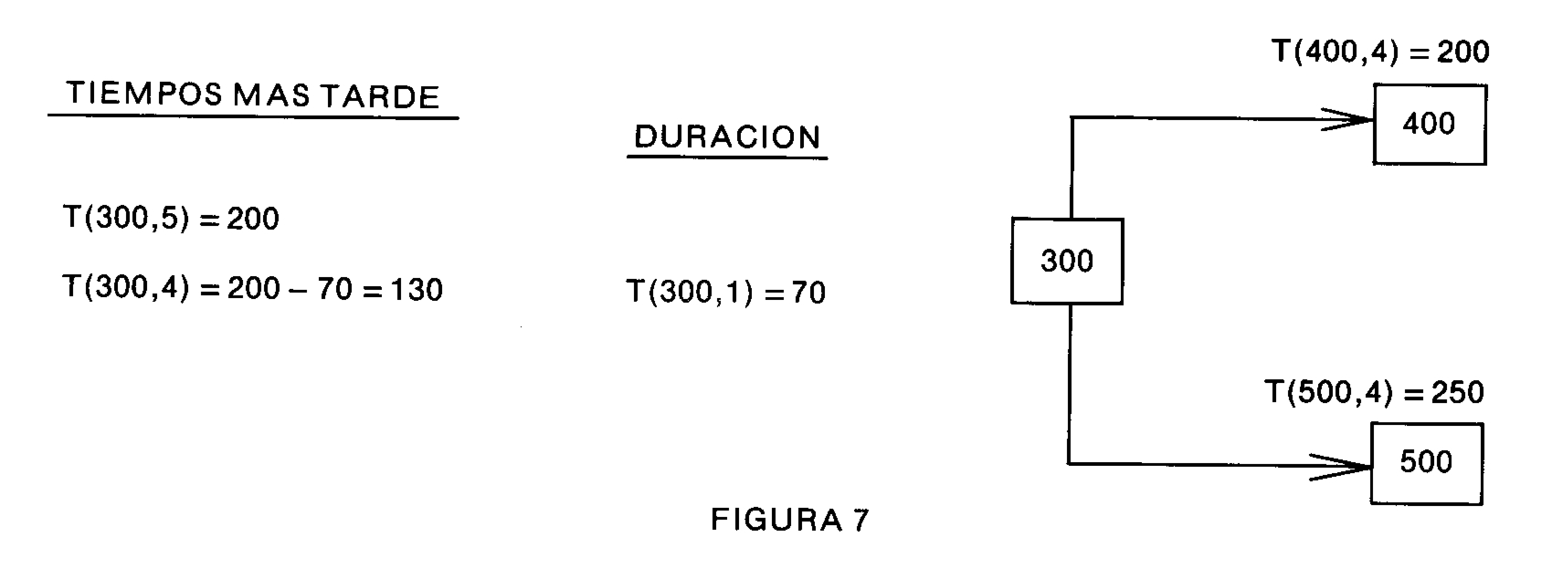


FIGURA 7

La HOLGURA TOTAL se calcula como diferencia entre los tiempos más pronto o más tarde. En el caso que nos ocupa:

HT(300) = T(300,4) - T(300,2) = 130 - 30 = 100

= T(300,5) T(300,3) = 200 - 100 = 100

Todo lo dicho hasta ahora se puede trasladar a un Gráfico de BARRAS, donde las actividades figuren verticalmente y los dias (o unidades de tiempo en general) horizontalmente. Las actividades críticas son aquí completamente negras, mientras que las no críticas son grises, señalándose a su terminación la HT mediante O mayúscula.

Sobre el particular existe abundante Bibliografía, en la cual pueden ampliar conceptos los lectores aficionados al tema.

El diagrama con el que se ha calculado el ejemplo es (Figura 8).

donde cada actividad se representa por un rectángulo conforme a la exposición de la Figura 9, y el Camino Crítico se ha señalado con trazo grueso.

La introducción de datos se visualiza en la pantalla. Se han de dar: el número total de tareas, y para cada una de ellas, su número de orden, el de las actividades precedentes y la duración de la actividad. En este Programa se permiten 3 precedentes como máximo, pero nada impide modificarlo para elevar ese número.

FIGURA 8

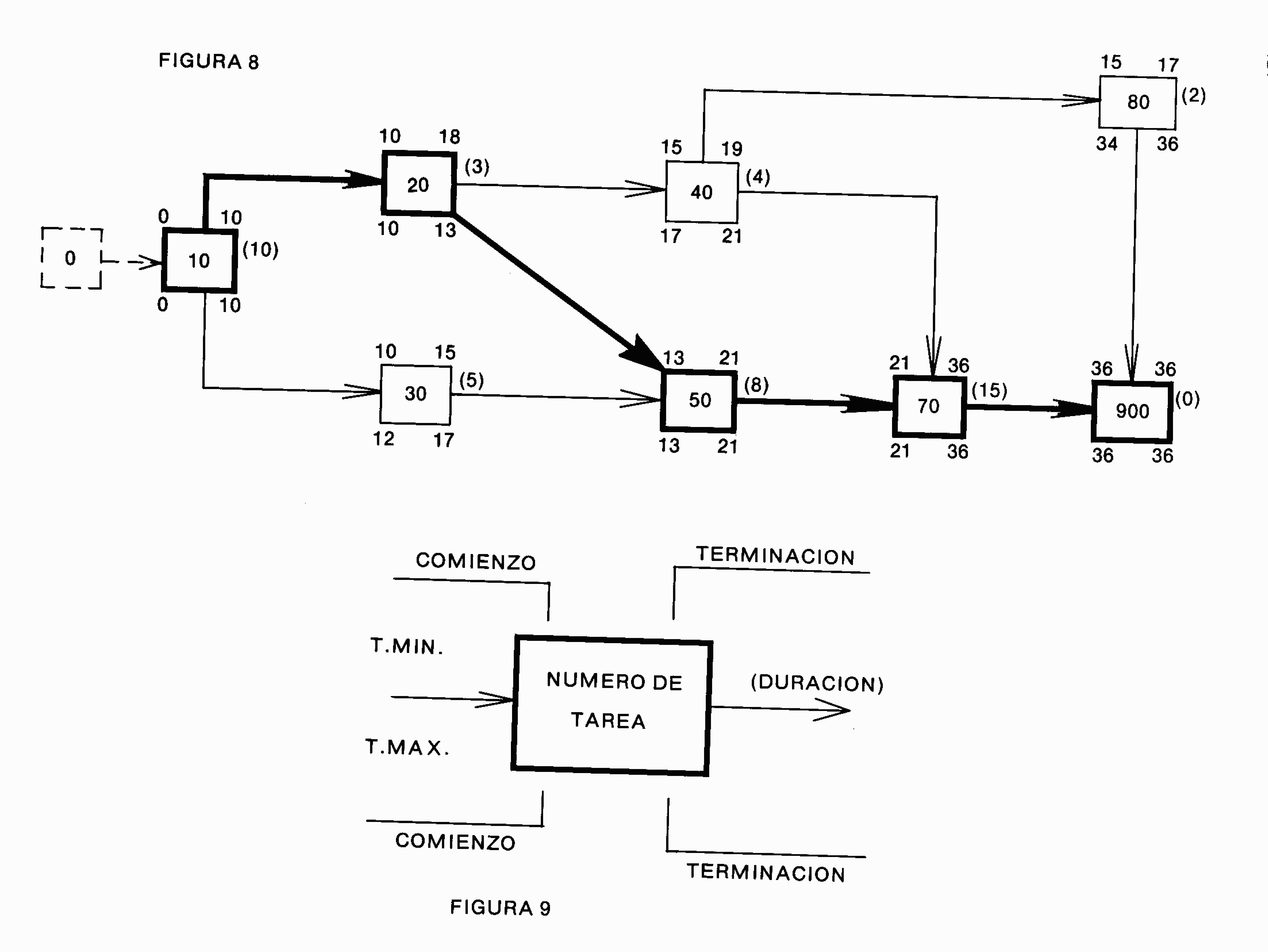


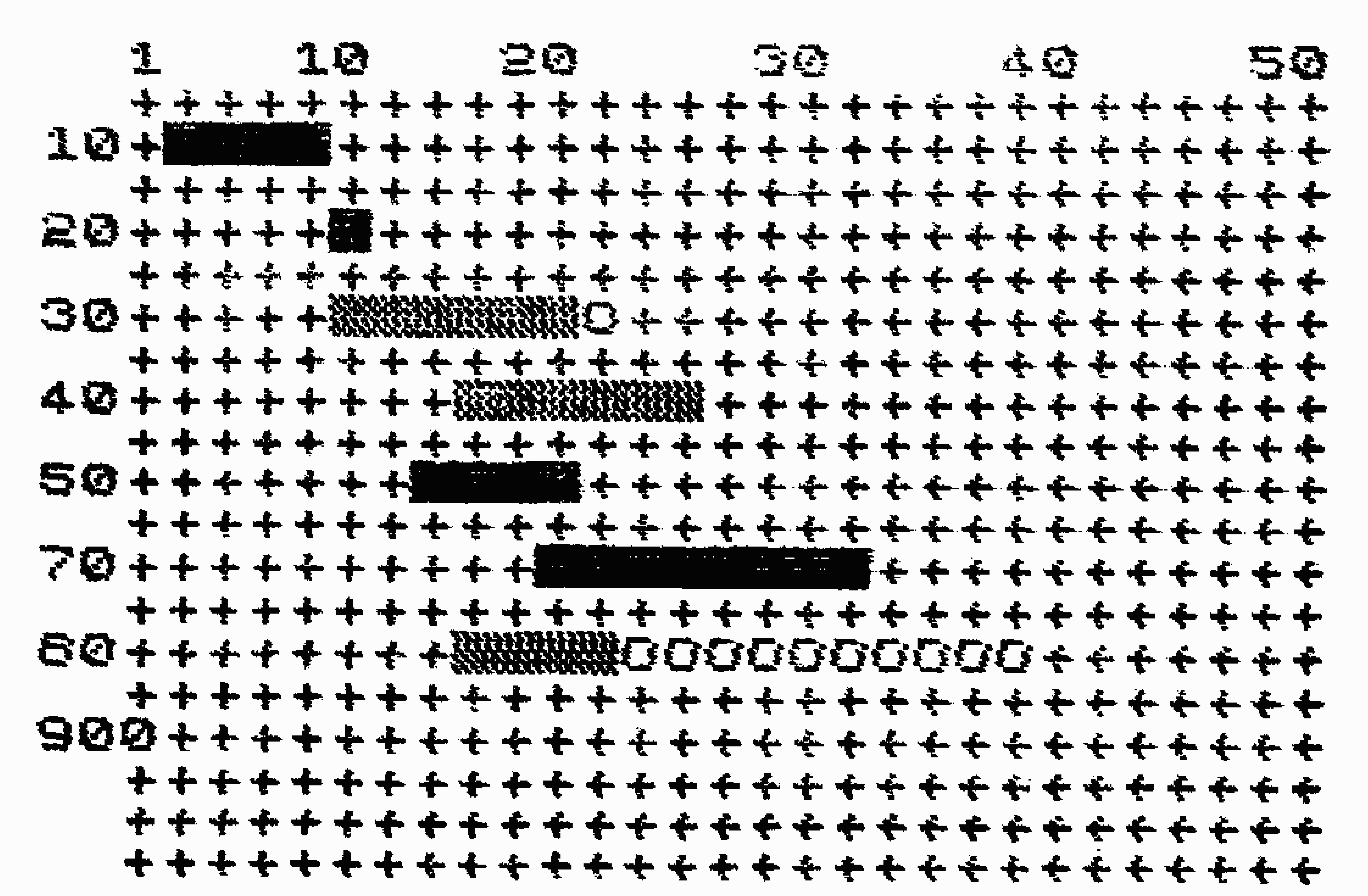
FIGURA 9

PROGRAMA NUM. 6

CAMINO CRITICO

FECHA DE TERMINACION = **36**

TAREA	D	T.MIN	T.MAX	H.T.	
10	10	0	100	100	*
20	3	10	13 10	13 0	*
30	5	10	15 12	17 2	*
40	4	15	19 17	21 2	
50	8	13	21 13	21 0	*
70	15	21	36 21	36 0	*
80	2	15	17 34	36 19	
900	0	36	36 36	36 0	*



```
2 PRINT (254*PEEK 16405+PEEK
  16404-16384)/1024
3 PAUSE 200
4 CLS
5 PRINT TAB 5,"CAMINO CRITICO"
6 PRINT
8 PRINT TAB 0;"NUM. TOTAL DE
  TAREAS =";
9 INPUT T9
10 PRINT TAB 23;T9
11 LET S=0
12 DIM N(T9)
14 DIM P(T9,T9)
16 DIM T(T9,5)
17 FAST
24 PRINT AT 2,23;T9
25 PRINT AT 3,23;"__(2)__"
90 PRINT AT 4,0;"TAREA";AT 4,7;
   "N";AT 4,10;"PRECEDENTES";
   AT 4,27;"D"
92 PRINT AT 5,0;"___(5)___";AT 5,7;
   "_(1)_";AT 5,10;"____(11)____";AT
   5,27;"_(1)_"
95 PRINT
100 REM LEE DATOS
102 FOS I=1 TO T9
104 LET S=S+1
106 GOSUB 5000
108 PRINT AT 17,0;"NUM. TAREA";
    S;" =";
110 INPUT N(G)
113 IF I>9 THEN PRINT AT I-4,0;N(I);
114 IF I<=9 THEN PRINT AT I+5,0;
    N(I);
/117 PRINT AT 18,0;"NUM. DE PRE-
    CEDENTES (P) =";
118 INPUT N
119 IF N<6 THEN GOTO 118
120 PRINT AT 21,0;"________(32)________"
125 IF I<=9 THEN PRINT AT I+5,7;N;
126 IF I>9 THEN PRINT AT I-4,7;N;
130 FOR J=1 TO N
136 PRINT AT 19,0;"TAREAS PRECE-
    DENTES (T) =";
138 INPUT P
140 IF I<=9 THEN PRINT AT I+5,7+
     3*J;P;
142 IF I>9 THEN PRINT AT I-4,7+3*J;
    P;
150 FOR A=1 TO I-1
160 IF P=N(A)    GOTO 200
170 NEXT A
180 PRINT AT 21,0;"DATOS FUERA
    DE ORDEN"
185 PAUSE 100
190 PRINT AT 21,0;"________(32)________"
192 IF I<=9 THEN PRINT AT I+5,7+3
    *J;"    ";
193 IF I>9 THEN PRINT AT I-4,7+3*J;
    "    ";
195 GOTO 130
200 LET P(I,A)=1
210 NEXT J
215 PRINT AT 20,0;"DAR DURACION
    TAREA";I
220 INPUT T(I,1)
225 IF I<=9 THEN PRINT AT I+5,27;
    T(I,1)
226 IF I>9 THEN PRINT AT I-4,27;T
    (I,1)
228 IF I=10 THEN GOSUB 6000
230 IF T9-1=I THEN GOSUB 5000
232 IF T9-1=1 THEN PRINT AT 16,0;
    "ULTIMA TAREA (NUM. 900)"
233 IF T9-1=I THEN PAUSE 200
234 IF T9-1=I THEN GOSUB 5000
236 NEXT I
240 IF N(T9)=900 THEN GOTO 300
250 PRINT "SIN TAREA FINAL"
300 REM FECHAS PROXIMAS
310 FOR I=1 TO T9
320 LET E=0
330 FOR J=1 TO T9
340 IF P(I,J)=0 THEN GOTO 390
350 IF E>=T(J,3) THEN GOTO 390
360 LET E=T(J,3)
390 NEXT J
400 LET T(I,2)=E
410 LET T(I,3)=E+T(I,1)
420 NEXT I
500 REM FECHAS MAS TARDE
505 LET T=T(T9,2)
510 FOR I=T9 TO 1 STEP -1
520 LET E=T
530 FOR J=1 TO T9
540 IF P(J,I)=0 THEN GOTO 590
550 IF E<=(J,4) THEN GOTO 590
560 LET E=T(J,4)
590 NEXT J
600 LET T(I,5)=E
610 LET T(I,4)=E-T(I,1)
620 NEXT I
```

```
700 REM   IMPRIME   RESULTADOS
701 CLS
702 PRINT AT 0,6;"CAMINO CRITICO
    "
703 PRINT
704 PRINT
705 PRINT "FECHA DE TERMINA-
    CION =";T
706 PRINT       TAB22;"__(4)__"
707 PRINT
708 PRINT
710 PRINT TAB 0;"TAREA";TAB 6;"D
    ";TAB 10;"T.MIN";TAB 18;"T.
    MAX";TAB 28;"H.T."
715 PRINT TAB 0;"__(4)__";TAB 6;"
    __(4)__";TAB 10;"__(4)__";TAB 18;
    "__(4)__";TAB 28;"__(4)__"
720 PRINT
730 FOR I = 2 TO T9 - 1
740 IF T(I,4) - T(I,2)<>0 THEN PRINT
    TAB 0;N(I);TAB 6;T(I,1);TAB 10;
    T(I,2);TAB 14;T(I,2) + T(I,1);TAB
    18;T(I,4);TAB 22;T(I,4) + T(I,1);
    TAB 28;T(I,4) - T(I,2);
742 IF T(I,4) - T(I,2) = 0 THEN PRINT
    TAB 0;N(I);TAB 6;T(I,1);TAB 10;
    T(I,2);TAB 14;T(I,2) + T(I,1);TAB 18
    ;T(I,4);TAB 22;T(I,3);TAB 28;T(I,4)
    - T(I,2);
745 IF I(I,4) - T(I,2) = 0 THEN PRINT
    TAB 31;"*"
750 NEXT I
900 STOP
5000 FOR K = 16 TO 21
5050 PRINT AT K,0;"                "
5150 NEXT K
5200 RETURN
6000 FOR F = 6 TO 16
6060 PRINT AT F,0;"                "
6100 NEXT F
6200 RETURN
7000 REM GRAFICO DE GANTT
7001 DIM A$(4,29)
7002 FAST
7003 DIM A(T9)
7004 DIM C(T9)
7005 DIM E(T9)
7006 DIM H(T9)
7010 LET A$(1) = "
     "
7020 LET A$(2) = "
     "
7030 LET A$(3) = "OOOOOOOOOOOOO
     OOOOOOOOOOOO"
7100 PRINT AT 0,5;"DIAGRAMA DE
     BARRAS"
7110 PRINT
7150 GOSUV 8500
7170 FOR I = 2 TO T9 - 1
7200 PRINT AT 2*I,0;N(I)
7202 PRINT
7249 LET F = .5
7251 LET A(I) = T(I,1)*F
7252 LET C(I) = T(I,2)*F
7254 LET E(I) = A(I) + C(I)
7255 LET G(I) = T(I,3)*F
7256 LET H(I) = T(I,4)*F
7280 IF C(I) = 0 THEN LET C(I) = 1
7300 IF (H(I) - C(I))>.5 THEN PRINT AT
     2*I,C(I) + 2;A$(2,C(I) TO E(I) + A(I))
     ;A$(3,E(I) + A(I) - 1 TO H(I) + A(I))
7310 IF (H(I) - C(I))<=.5 THEN PRINT
     AT 2*I,C(I) + 2;A$(1,C(I) TO G(I)
     - 1)
7350 NEXT I
7400 RETURN
8500 REM RETICULA
8510 PRINT AT 2,2;"1(4)10(4)20(4)30(4)40(4)50"
8530 FOR I = 3 TO 21
8550 FOR J = 2 TO 30
8575 PRINT AT I,J;"+"
8600 NEXT J
8650 NEXT I
8700 RETURN
9990 SAVE "PCS"
9999 GOTO 1
```

ALGORITMO "CASCADA" (Programa "CASCADA", núm. 7)

Supongamos un conjunto de ciudades unidas por carretera. Para estudiar los costes de transporte mínimos entre cada pareja de ciudades de dicho conjunto podríamos disponer los costes en una tabla de doble entrada, como la TABLA I.
Es de señalar que las distancias (o costes) simétricas respecto a la diagonal principal suponen trayectos entre 2 ciudades EN AMBOS SENTIDOS y que dichos trayectos no tienen porqué tener el mismo coste. El coste mínimo de los distintos trayectos es muy facil de determinar en una red pequeña o con pocos trayectos, pero es muy dificil en redes complejas.

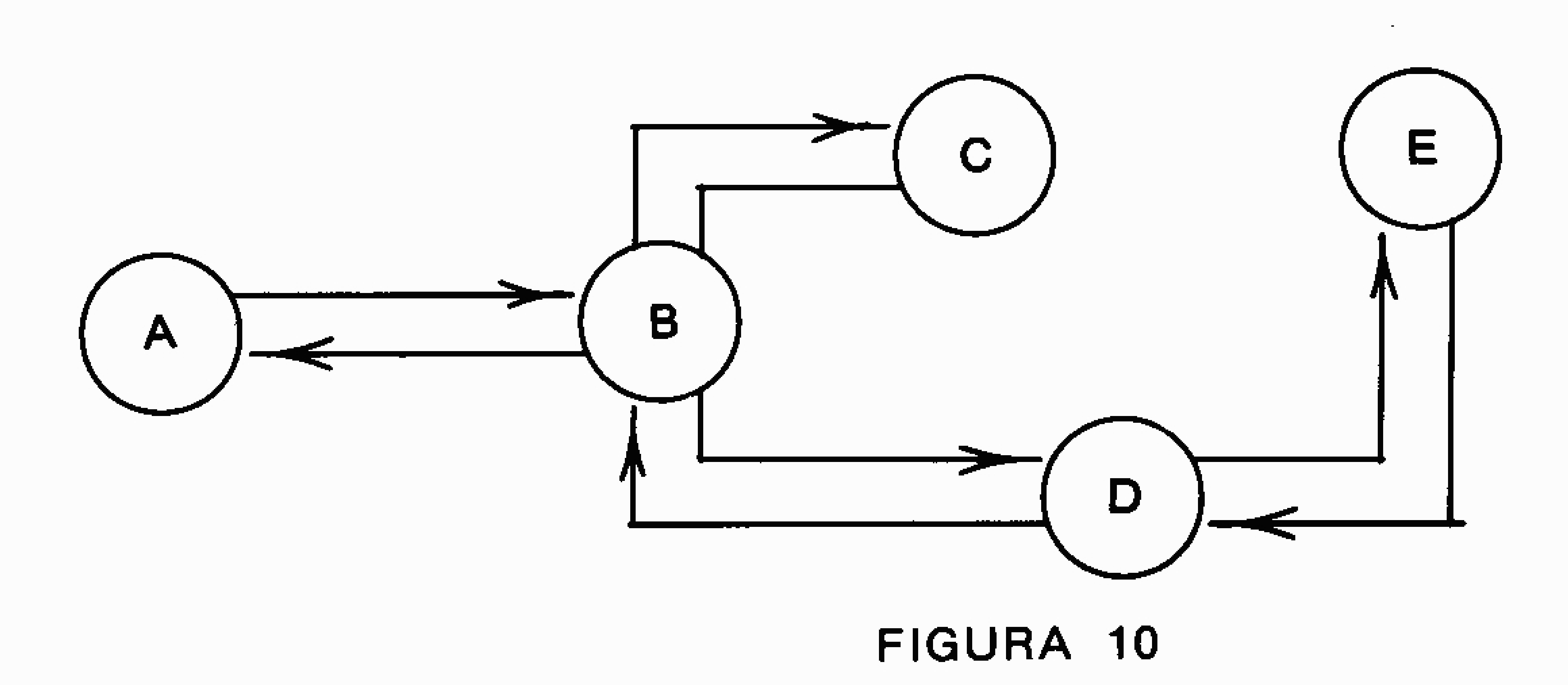


FIGURA 10

	A	B	C	D	E
A	0	15			
B	16	0	9	10	
C		8	0		
D		19		0	21
E				22	0

TABLA I

El presente Programa realiza este cálculo y lo presenta en forma de relación, indicando el costo en un sentido (entre las ciudades I y J) en el contrario (entre las ciudades J y I) y la diferencia entre ambos valores.
Los datos incorporados al Programa obedecen a la RED siguiente, (Figura 11):

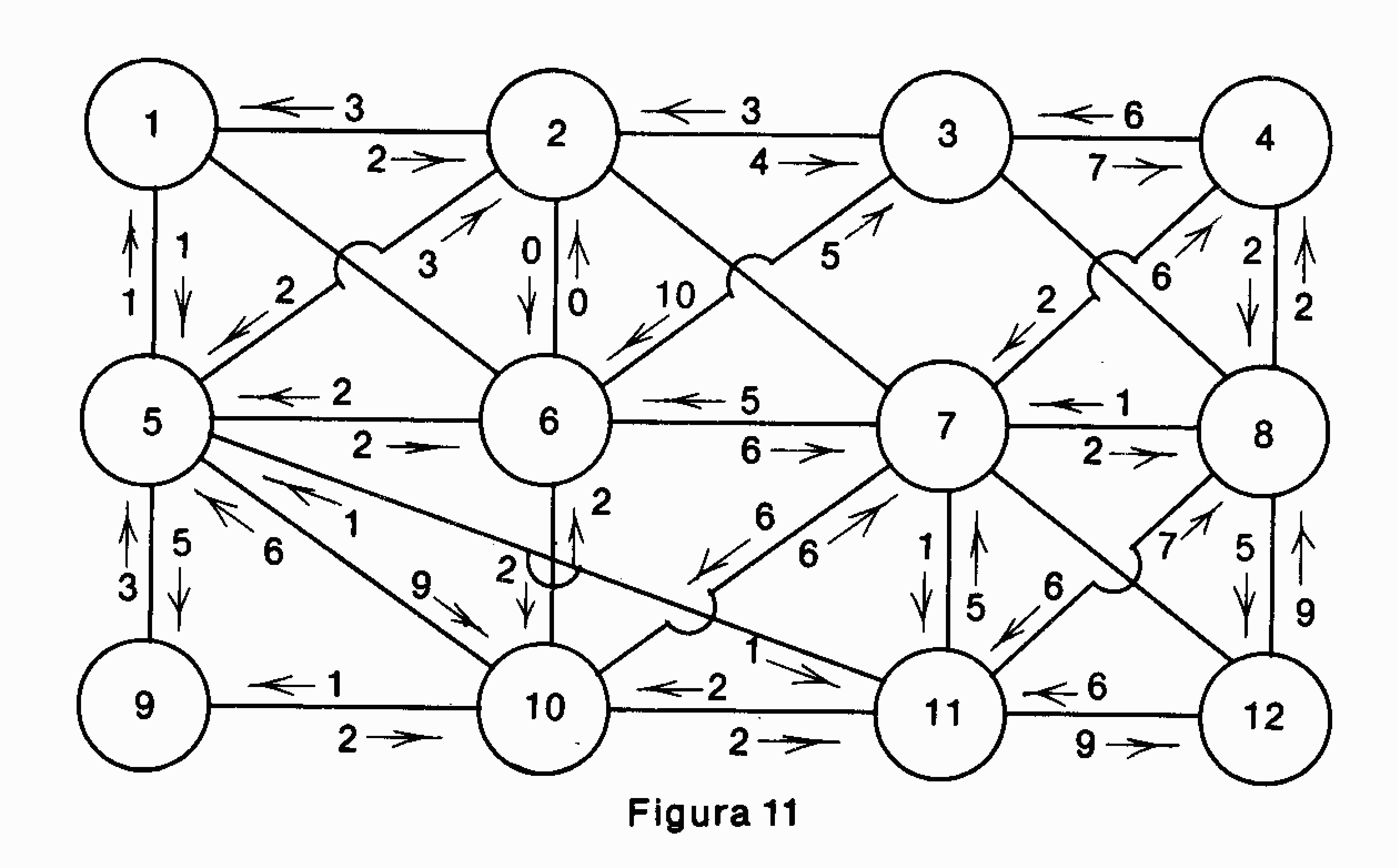


Figura 11

donde los números encerrados en un círculo representan ciudades, los arcos entre dos ciudades suponen trayectos y los números seguidos o precedidos de una flecha representan costes en un determinado sentido.
Como puede notarse, los costes mínimos entre ciudades no son ahora tan evidentes, facilitando el Programa un cálculo sumamente engorroso y en el que los fallos estarían a la orden del día.
Las OPCIONES posibles son: Introducción de datos, Modificación de esos datos y obtención de Resultados.
En el Programa se han asimilado los COSTES a las distancias entre ciudades. En el caso de que los costes sean idénticos en AMBOS sentidos se pueden borrar las sentencias: (2125-2130), (7125-7130) y 1050, modificando las 1009 y 1010.
Finalmente hemos de señalar que los resultados podrían tener una presentación más completa en una MATRIZ DE COSTES, donde los costes o distancias (I-J) se expresen en filas y los (J-I) en columnas.
Aquí se supone que COSTE = DISTANCIA * TARIFA (pts./km). Como las tarifas normalmente no varían con la parte del territorio nacional estudiado, la simplificación no parece excesiva.
La MATRIZ DE COSTES sería práctica en un caso como el presente con costes expresables mediante una cifra de 1 ó 2 dígitos, pero NO si estas cifras fueran mayores o tuvieran más dígitos.

PROGRAMA NUM. 7

ALGORITMO EN CASCADA

OPCIONES:

A = INTRODUCIR DATOS
B = MODIFICAR DATOS
C = RESULTADOS

MATRIZ DISTANCIAS MINIMAS

DIST Directa	DIST Inversa	DIF.
D.(1,1) = 0	D.(1,1) = 0	
D.(1,2) = 2	D.(2,1) = 3	– 1.01
D.(1,3) = 6	D.(3,1) = 6	
D.(1,4) = 11	D.(4,1) = 5	6
D.(1,5) = 1	D.(5,1) = 1	
D.(1,6) = 2	D.(6,1) = 3	– 1.01
D.(1,7) = 7	D.(7,1) = 3	4
D.(1,8) = 9	D.(8,1) = 4	5
D.(1,9 = 5	D.(9,1) = 4	1
D.(1,10) = 4	D.(10,1) = 4	
D.(1,11) = 2	D.(11,1) = 2	
D.(1,12) = 8	D.(12,1) = 5	3
D.(2,1) = 3	D.(1,2) = 2	1
D.(2,2) = 0	D.(2,2) = 0	
D.(2,3) = 4	D.(3,2) = 3	1
D.(2,4) = 9	D.(4,2) = 6	3
D.(2,5) = 2	D.(5,2) = 2	
D.(2,6) = 0	D.(6,2) = 0	
D.(2,7) = 6	D.(7,2) = 4	2
D.(2,8) = 7	D.(8,2) = 4	2
D.(2,9) = 3	D.(9,2) = 4	– 1.01
D.(2,10) = 2	D.(10,2) = 2	
D.(2,11) = 3	D.(11,2) = 3	
D.(2,12) = 7	D.(12,2) = 6	1
D.(3,1) = 6	D.(1,3) = 6	
D.(3,2) = 3	D.(2,3) = 4	– 1.01
D.(3,3) = 0	D.(3,3) = 0	
D.(3,4) = 5	D.(4,3) = 5	
D.(3,5) = 5	D.(5,3) = 6	– 1.01
D.(3,6) = 3	D.(6,3) = 4	– 1.01
D.(3,7) = 4	D.(7,3) = 5	– 1.01
D.(3,8) = 3	D.(8,3) = 3	
D.(3,9) = 6	D.(9,3) = 8	– 2.01
D.(3,10) = 5	D.(10,3) = 6	– 1.01
D.(3,11) = 5	D.(11,3) = 7	– 2.01
D.(3,12) = 5	D.(12,3) = 7	– 2.01
D(4,1) = 5	D.(1,4) = 11	– 6.01
D.(4,2) = 6	D.(2,4) = 9	– 3.01
D.(4,3) = 5	D.(3,4) = 5	
D.(4,4) = 0	D.(4,4) = 0	
D.(4,5) = 4	D.(5,4) = 10	– 6.01
D.(4,6) = 6	D.(6,4) = 9	– 3.01
D.(4,7) = 2	D.(7,4) = 4	– 2.01
D.(4,8) = 2	D.(8,4) = 2	
D.(4,9) = 6	D.(9,4) = 12	– 6.01
D.(4,10) = 5	D.(10,4) = 10	– 5.01
D.(4,11) = 3	D.(11,4) = 9	– 6.01
D.(4,12) = 3	D.(12,4) = 6	– 3.01
D.(5,1) = 1	D.(1,5) = 1	
D.(5,2) = 2	D.(2,5) = 2	
D.(5,3) = 6	D.(3,5) = 5	1
D.(5,4) = 10	D.(4,5) = 4	6
D.(5,5) = 0	D(5,5) = 0	
D.(5,6) = 2	D.(6,5) = 2	
D.(5,7) = 6	D.(7,5) = 2	4
D.(5,8) = 8	D.(8,5) = 3	5
D.(5,9) = 4	D.(9,5) = 3	1
D.(5,10) = 3	D.(10,5) = 3	
D.(5,11) = 1	D.(11,5) = 1	
D.(5,12) = 7	D.(12,5) = 4	3
D.(6,1) = 3	D.(1,6) = 2	1
D.(6,2) = 0	D.(2,6) = 0	
D.(6,3) = 4	D.(3,6) = 3	1
D.(6,4) = 9	D.(4,6) = 6	3
D.(6,5) = 2	D.(5,6) = 2	D.(6,6) = 0
D.(6,6) = 0	D.(6,6) = 0	
D.(6,7 = 6	D.(7,6) = 4	2
D.(6,8) = 7	D.(8,6) = 5	2
D.(6,9) = 3	D.(9,6) = 4	– 1.01
D.(6,10) = 2	D.(10,6) = 2	
D.(6,11) = 3	D.(11,6) = 3	
D.(6,12) = 7	D.(12,6) = 6	1
D.(7,1) = 3	D.(7,1) = 7	– 4.01
D.(7,2) = 4	D.(2,7) = 6	– 2.01
D.(7,3) = 5	D.(3,7) = 4	1
D.(7,4) = 4	D.(4,7) = 2	2
D.(7,5) = 2	D.(5,7) = 6	– 4.01
D.(7,6) = 4	D.(6,7) = 6	– 2.01
D.(7,7) = 0	D.(7,7) = 0	
D.(7,8) = 2	D.(8,7) = 1	1
D.(7,9) = 4	D.(9,7) = 8	– 4.01
D.(7,10) = 3	D.(10,7) = 6	– 3.01

D.(7,11) = 1	D.(11,7) = 5	– 4.01
D.(7,12) = 1	D.(12,7) = 2	– 1.01
D.(8,1) = 4	D.(1,8) = 9	– 5.01
D.(8,2) = 5	D.(2,8) = 7	– 2.01
D.(8,3) = 3	D.(3,8) = 3	
D.(8,4) = 2	D.(4,8) = 2	
D.(8,5) = 3	D.(5,8) = 8	– 5.01
D.(8,6) = 5	D.(6,8) = 7	– 2.01
D.(8,7) = 1	D.(7,8) = 2	– 1.01
D.(8,8) = 0	D.(8,8) = 0	
D.(8,9) = 5	D.(9,8) = 10	– 5.01
D.(8,10) = 4	D.(10,8) = 8	– 4.01
D.(8,11) = 2	D.(11,8) = 7	– 5.01
D.(8,12) = 2	D.(12,8) = 4	– 2.01
D.(9,1) = 4	D.(1,9) = 5	– 1.01
D.(9,2) = 4	D.(2,9) = 3	1
D.(9,3) = 8	D.(3,9) = 6	2
D.(9,4) = 12	D.(4,9) = 6	6
D.(9,5) = 3	D.(5,9) = 4	– 1.01
D.(9,6) = 4	D.(6,9) = 3	1
D.(9,7) = 8	D.(7,9) = 4	4
D.(9,8) = 10	D.(8,9) = 5	5
D.(9,9) = 0	D.(9,9) = 0	
D.(9,10) = 2	D.(10,9) = 1	1
D.(9,11) = 4	D.(11,9) = 3	1
D.(9,12) = 9	D.(12,9) = 6	3
D.(10,1) = 4	D.(1,10) = 4	
D.(10,2) = 2	D.(2,10) = 2	
D.(10,3) = 6	D.(3,10) = 5	1
D.(10,4) = 10	D.(4,10) = 5	5
D.(10,5) = 3	D.(5,10) = 3	
D.(10,6) = 2	D.(6,10) = 2	
D.(10,7) = 6	D.(7,10) = 3	3
D.(10,8) = 8	D.(8,10) = 4	4
D.(10,9) = 1	D.(9,10) = 2	– 1.01
D.(10,10) = 0	D.(10,10) = 0	
D.(10,11) = 2	D.(11,10) = 2	
D.(10,12) = 7	D.(12,10) = 5	2
D.(11,1) = 2	D.(1,11) = 2	
D.(11,2) = 3	D.(2,11) = 3	
D.(11,3) = 7	D.(3,11) = 5	2
D.(11,4) = 9	D.(4,11) = 3	6
D.(11,5) = 1	D.(5,11) = 1	
D.(11,6) = 3	D.(6,11) = 3	
D.(11,7) = 5	D.(7,11) = 1	4
D.(11,8) = 7	D.(8,11) = 2	5
D.(11,9) = 3	D.(9,11) = 4	– 1.01
D.(11,10) = 2	D.(10,11) = 2	
D.(11,11) = 0	D.(11,11) = 0	
D.(11,12) = 6	D.(12,11) = 3	3
D.(12,1) = 5	D.(1,12) = 8	– 3.01
D.(12,2) = 6	D.(2,12) = 7	– 1.01
D.(12,3) = 7	D.(3,12) = 5	2
D.(12,4) = 6	D.(4,12) = 3	3
D.(12,5) = 4	D.(5,12) = 7	– 3.01
D.(12,6) = 6	D.(6,12) = z)	– 1.01
D.(12,7) = 2	D.(7,12) = 1	1
D.(12,8) = 4	D.(8,12) = 2	2
D.(12,9) = 6	D.(9,12) = 9	– 3.01
D.(12,10) = 5	D.(10,12) = 7	– 2.01
D.(12,11) = 3	D.(11,12) = 6	– 3.01
D.(12,12) = 0	D.(12,12) = 0	

```
4 GOSUB 5000
5 FAST
10 PRINT AT 0,0;"ALGORITMO EN
   CASCADA"
20 PRINT AT 2,0;"NUM. DE ESTA-
   CIONES = ";
30 PRINT AT 3,05;"____(3)____"
40 INPUT N
50 PRINT AT 2,25;N
100 DIM A(N,N)
110 DIM D(N)
120 DIM E(N)
150 LET INF = 32767
160 FOR I = 1 TO N
170 FOR J = 1 TO N
180 LET A(I,J) = INF
190 IF I = J THEN LET A(I,J) = 0
200 NEXT J
210 NEXT I
220 GOSUB 2000
230 PAUSE 200
240 CLS
500 REM PASADA NUM. 1
510 FOR I = 1 TO N
520 FOR J = 1 TO N
530 LET M = INF
550 FOR K = 1 TO N
560 LET L = A(I,K) + A(K,J)
570 IF L‹ M THEN LET A – L
580 NEXT K
590 LET A(I,J) = M
600 NEXT J
```

```
 610 NEXT I
 700 PASADA NUM. 2
 710 LET I = N + 1
 720 LET I = I – 1
 730 LET J = N + 1
 740 LET J = J – 1
 750 LET M = INF
 760 LET K = N + 1
 770 LET K = K – 1
 780 LET L = A(I,K) + A(K,J)
 790 IF L<M THEN LET M = L
 800 IF K>I OR K>J THEN GOTO 770
 810 LET A(I,J) = M
 820 IF J>1 THEN GOTO 740
 830 IF I>1 THEN GOTO 720
1000 REM PRINT
1005 PRINT AT 0,0;"MATRIZ DISTAN-
     CIAS MINIMAS"
1006 PRINT
1007 PRINT
1009 PRINT AT 2,0;"DIST DIRECTA"
     ;AT 2,14;"DIST INVERSA";AT 2,27
     ;"DIF."
1010 PRINT AT 3,0;"_______(12)_______"
     ;AT 3,14;"_______(12)_______";
     AT 3,27;"____(7)____"
1015 FOR I = 1 TO N
1020 FOR J = 1 TO N
1030 PRINT TAB 0;"D.(";I;",";J;") = ";
     A(I,J);
1040 PRINT TAB 14;"D.(";J;",";I;") = "
     ;A(J,I);
1050 IF A(I,J)<>A(J,I) THEN PRINT TAB
     27,INT ((A(I,J) – A(J,I))*10**2)/10
     **2
1590 NEXT J
1600 NEXT I
1650 PAUSE 1000
1660 CLS
1700 GOSUB 5000
2000 REM
2010 PRINT AT 0,0;"DISTANCIA ENTRE
     ESTACIONES"
2020 FOR I = 1 TO N
2030 PRINT AT 4,0;"ESTACION NUME-
     RO = ";I;
2032 PRINT AT 5,25;"__(3)__"
2033 PRINT AT 7,26;"   "
2035 PRINT AT 7,0;"NUM.ESTACIONES
     QUE UNE = ";
2040 INPUT NE
2045 PRINT AT 7,26;NE
2100 FOR K = 1 TO NE
2103 PRINT AT 9,0;"ESTACION DESTI-
     NO = ";
2105 INPUT E(K)
2107 PRINT AT 9,26;E(K)
2110 LET L = E(K)
2115 PRINT AT 11,0;"DISTANCIA";I;
     "-";L;AT 11,23;" = ";
2117 INPUT D(K)
2118 PRINT AT 11,26;D(K)
2120 LET A(I,L) = D(K)
2125 PRINT T 13,0;"DISTANCIA";L;"-"
     ;I;AT 13,23;" = ";
2127 INPUT D(K)
2128 PRINT AT 13,26;D(K)
2130 LET A(L,I) = D(K)
2202 PAUSE 50
2204 GOTO 3000
2206 NEXT K
2210 NEXT I
2250 RETURN
3000 REM
3010 FOR P = 9 TO 21
3030 PRINT AT P,0;"                              "
3050 NEXT P
3060 IF W$ = "A" THEN GOTO 2208
3070 IF W$ = "B" THEN GOTO 7208
5000 REM OPCIONES
5010 PRINT AT 0,0;"ALGORITMO EN
     CASCADA"
5020 PRINT AT 4,0;"OPCIONES:"
5030 PRINT AT 7,0;"A = INTRODUCIR
     DATOS"
5040 PRINT AT 9,0;"B = MODIFICAR
     DATOS"
5048 PRINT AT 11,0;"C = RESULTADOS'
5100 INPUT W$
5110 CLS
5120 IF W$ = "A" THEN GOTO 10
5130 IF W$ = "B" THEN GOSUB 7000
5140 IF W$ = "C" THEN GOSUB 1000
5150 GOTO 5000
7000 REM MODIFICACIONES
7005 CLS
7010 PRINT AT 0,0;"ALGORITMO EN
     CASCADA"
7030 PRINT AT 4,0;"ESTACION A MO-
     DIFICAR NUM = ";
7032 PRINT AT 5,27;"__(3)__"
7033 INPUT I
```

```
7034 PRINT AT 4,27;I
7036 PRINT AT 7,26;"       "
7038 PRINT AT 7,0;"NUM. ESTACIO-
     NES QUE UNE = ";
7040 INPUT NE
7045 PRINT T 7,26;NE
7100 FOR K = 1 TO NE
7103 PRINT AT 9,0;"ESTACION DESTI-
     NO
7105 INPUT E(K)
7107 PRINT AT 9,26;E(K)
7110 LET L = E(K)
7115 PRINT AT 11,0;"DISTANCIA";I;
     "-";L;AT 11,23;" = ";
7117 INPUT D(K)
7118 PRINT AT 11,26;D(K)
7120 LET A(I,L) = D(K)
7125 PRINT AT 13,0;"DISTANCIA";L;
     "-";I;AT 13,23;" = ";
7127 INPUT D(K)
7128 PRINT AT 13,26;D(K)
7130 LET A(L,I) = D(K)
7202 PAUSE 50
7204 GOTO 3000
7208 NEXT K
7210 PRINT AT 21,0;"DESEAS MODI-
     FICAR OTRA ESTACION?"
7220 INPUT F$
7225 CLS
7230 IF F$ = "S" THEN GOTO 7000
7240 IF F$ = "N" THEN GOTO 230
9970 STOP
9980 PRINT (256*PEEK 16405 + PEEK
     16404 – 16389)/1024
9982 PAUSE 100
9984 CLS
9986 GOTO 1
9990 SAVE "CASCADA"
9999 GOTO 1
```

EL PROBLEMA DEL VIAJANTE DE COMERCIO (Programa ''BRANCH'', núm. 8)

Este es uno de los problemas típicos que se estudian en economía del transporte:

Un viajante de comercio necesita visitar de forma cíclica N ciudades.
Su ruta puede comenzar y terminar por una ciudad cualquiera, pero siempre que no visite cada ciudad más de una sola vez y visite TODAS las ciudades de su recorrido.

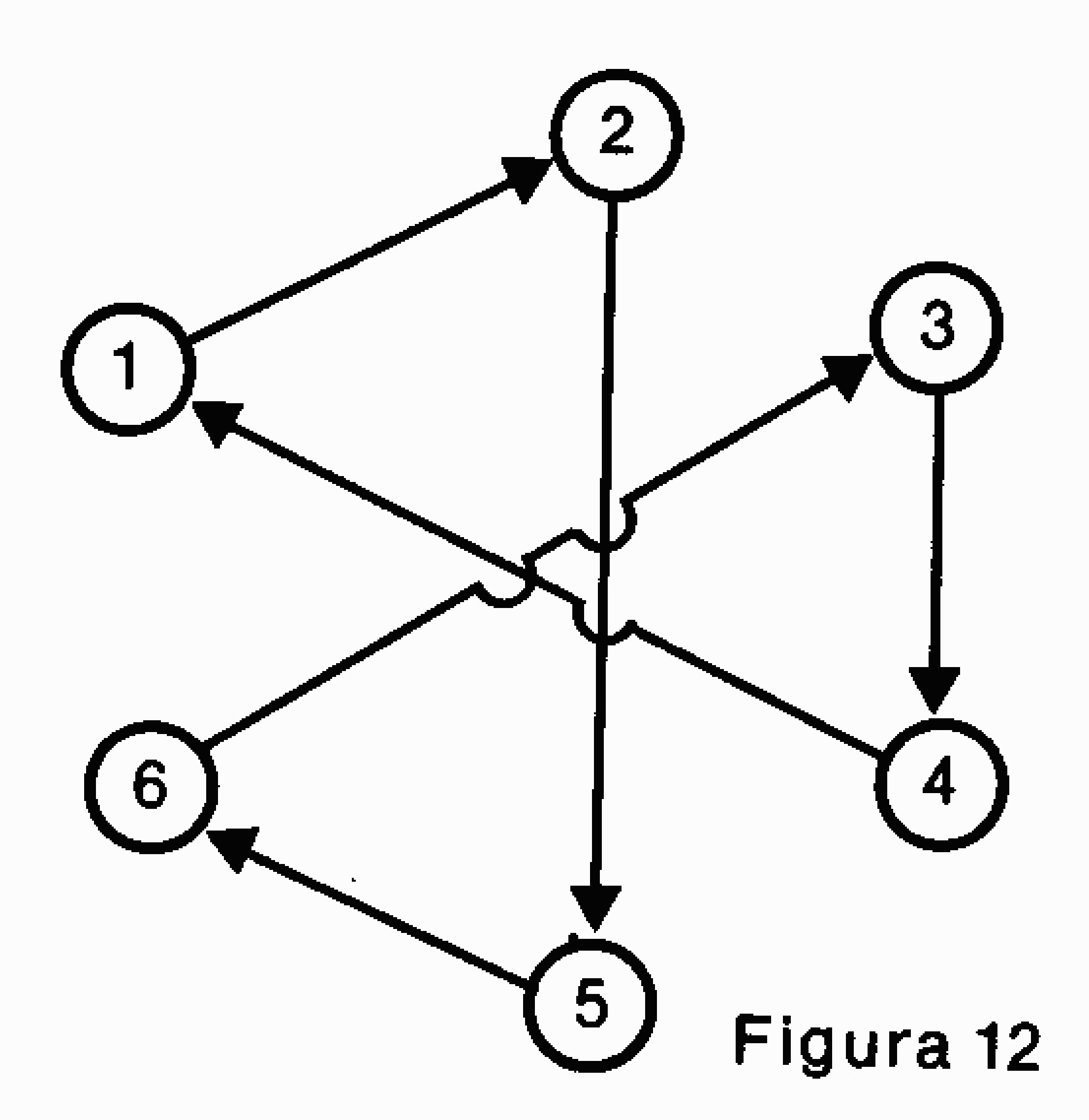


Figura 12

Los datos de partida del programa son las distancias de una ciudad a las demás medidas por ejemplo en COSTO.

El método de cálculo que aquí se utiliza obtiene la secuencia que ha de realizar el viajante para obtener el recorrido de mínimo coste. A este problema se le conoce en Teoría del Transporte como ''Problema de HAMILTON'', matemático irlandés del siglo XIX.
El problema parece simple a primera vista, pero sin embargo tiene una gran complejidad de cálculo manual al tener que manejar los (N-1)! = (N-1)*(N-2) *......*3*2*1 trayectos posibles.
El método utilizado en el Programa es el Algoritmo ''BRANCH and BOUND'' y es traslación al ZX-81 del trabajo, publicado en el nº 8 (Nov. 1981) de la revista ''CHIP'' por A. Barreiro y J. Domínguez, del Gabinete de Informática de RENFE.
Las 3 primeras OPCIONES del Programa intentan desvincular la entrada de datos y su posible modificación de la ejecución del Programa.
Las restantes opciones realizan un seguimiento de todas las fases del cálculo del programa mediante la aparición en pantalla de los Datos de entrada, resultados, matriz actual de costes y cotas actuales de los nudos.
El Programa comienza preguntando ''RAMA DE LA DERECHA? (S/N)'' debido al método de cálculo utilizado. El Algoritmo ''BRANCH AND BOUND'' se basa en la reducción del conjunto de soluciones posibles a un subconjunto mediante el procedimiento de separación o ramificación (BRANCHING). Para cada subconjunto se calcula un límite inferior de coste del mejor subconjunto contenido en él (BOUND = acotación) y este proceso se realiza iterativamente tantas veces como sea necesario hasta encontrar un subconjunto con coste igual o menor que otro cualquiera.

La forma más normal de representar los subconjuntos de coste mínimo es por NUDOS y el proceso de bifurcación, como sus ramas. De ahí que el método se suela llamar BRANCH AND BOUND.

Para una mayor profundidad en el tema se ha de consultar el artículo de referencia y la documentación en que se apoya:
- BERGE ''Theory of graphs and its applications''
- ''An algorithm for the travelling salesman problem''
  Revista OPERATIONS RESEARCH, vol 11 (972-989)

El ejemplo que aquí se resuelve considera una ruta de 6 ciudades, cuya matriz de costes es dato del programa.
El listado que le acompaña es el proceso de cálculo que sigue el programa en su salida por pantalla. Una vez obtenido un TURNO DE COSTE (subconjunto de coste óptimo calculado) se para el programa y pregunta al usuario si ''quiere seguir calculando'' por si existiera otra posible ruta de costo aún menor todavía no encontrada.
Cada ''TURNO DE COSTE'' es un camino ''HAMILTONIANO''.

Para introducir los datos (sentencias 25-80 + SUB 7000) se ha de contestar previamente a las preguntas: ''Quieres turno único? S/N'' (en el ejemplo se ha contestado S), número de puntos (6 ciudades en este caso) y número de máximo iteraciones (número de NUDOS = = 150).
Una vez introducidos los datos éstos se pueden rectificar (sentencias 90-140), dando el número de ellos a rectificar, y fila y columna de cada uno. La rectificación de datos erróneos continúa hasta que la respuesta del número a rectificar es 0.
A continuación se ha de elegir la rama de la derecha o no (para iniciar el proceso de ramificación). En el ejemplo NO se ha elegido la rama de la derecha, (N).
La salida de resultados se realiza mediante el procedimiento iterativo ya descrito, según el cual una vez determinada la reducción máxima posible en la fila y columna encuentra el nudo posible a incluir en la ruta, lo acota y ANULA la posibilidad de volver a incluir otro nudo con esa fila y columna.
El algoritmo termina cuando se ha encontrado un itinerario de coste MINIMO factible para el caso en cuestión.
Como puede verse ésto solo se produce cuando:
- La RUTA incluye trayectos con elementos de fila y columna NO repetitivos (p.e. si se elige Fila 2, columna 1 no vuelve a existir un itinerario que parta de la fila 2 ni que llegue a la columna 1).
- La suma de costes de los trayectos de la RUTA es MINIMO.

Para un mejor control del proceso de acotación pueden añadirse las sentencias:
```
662 PAUSE 100
663 CLS
664 GOSUB 8500
```
Con lo cual se obtiene para cada nueva acotación la matriz de costes.
Cuando encuentra un TURNO de coste óptimo el programa lo dice y escribe la RUTA encontrada.
Si se han añadido las sentencias anteriores y las recomendadas al final del programa para una mejor presentación, la matriz de costes aparece más definida, señalando la RUTA OPTIMA con INF en caracteres inversos.

PROGRAMA NUM. 8

ALGORITMO VIAJANTE DE COMERCIO

OPCIONES:

A = INTRODUCIR DATOS
B = MODIFICAR DATOS
C = EJECUTAR EL PROGRAMA
D = VISUALIZAR DATOS
E = VISUALIZAR RESULTADOS
F = VER MATRIZ ACTUAL DE COSTES
G = VER COTAS ACTUALES DE NUDOS

MATRIZ DE COSTES

	1	2	3	4	5	6
1	INF	27	43	16	30	26
2	7	INF	16	1	30	25
3	20	13	INF	35	5	0
4	21	16	25	INF	18	18
5	12	46	27	48	INF	5
6	23	5	5	9	5	INF

RESTITUYES DATOS ORIGINALES?

NUM. DE DATOS ERRONEOS = 0

RAMA DE LA DERECHA (S/N) N

CREO EL NUDO 1

COTA DEL NUDO 1:48
BIFURCO AL NUDO 2

NO COGER EL (1,4)
LO ACOTO CON 58
VUELVO AL NUDO 1

CREO EL NUDO 3, COGER EL (1,4)
COTA DEL NUDO 3:49
BIFURCO AL NUDO 4
NO COGER EL (2,1)
LO ACOTO CON 65
VUELVO AL NUDO 3

CREO EL NUDO 5,COGER EL (2,1)
COTA DEL NUDO 5:51
BIFURCO AL NUDO 6
NO COGER EL (5,6)
LO ACOTO CON 71
VUELVO AL NUDO 5

CREO EL NUDO 7, COGER EL (5,6)
COTA DEL NUDO 7:56
BIFURCO AL NUDO 8
NO COGER EL (3,5)
LO ACOTO CON 64
VUELVO AL NUDO 7

CREO EL NUDO 9,COGER EL (3,5)
COTA DEL NUDO 9:63

HE ENCONTRADO EL SIGUIENTE TURNO DE COSTE 63
4 3,6 2,3 5,5 6,2 1,1 4
QUIERES SEGUIR?

NO ENCUENTRO NINGUN NUDO CANDIDATO

MATRIZ DE COSTES

	1	2	3	4	5	6
1	INF	1000027		0	14	10
2	0	INF	14	0	28	23
3	15	8	INF	35	0	0
4	100000		9	INF	2	2
5	2	41	100000		INF	0
6	13	0	0	4	10000INF	

MATRIZ DE COSTES

	1	2	3	4	5	6
1	INF	INF	27	0	14	10
2	0	INF	14	INF	28	23
3	15	8	INF	35	0	0
4	INF	0	9	INF	2	2
5	2	41	INF	43	INF	0
6	13	0	0	4	INF	INF

```
1 PRINT AT 0,0;"ALGORITMO VIAJANTE DE COMERCIO"
2 GOSUB 6000
3 FAST
4 GOSUB 7000
5 REM BLOQUE 1
6 DIM A(N+1,N+1)
7 DIM C(N+1,N+1)
8 DIM F(N+1)
9 DIM O(AB)
10 DIM D(AB)
11 DIM W(AB)
12 DIM P(AB)
13 DIM Z(N+1)
14 DIM B(N+1,N+1)
18 LET I0=10000
25 PRINT AT 4,0;"QUIERES TURNO UNICO? (S/N)";
27 INPUT T$
28 PRINT AT 4,28;T$
30 IF T$="S" THEN LET T=1
32 IF T$="N" THEN LET T=0
35 PAUSE 100
37 CLS
38 PRINT AT 0,0;"MATRIZ DE COSTES"
40 FOR I=1 TO N
45 PRINT T 2*I+5,0;I
50 FOR J=1 TO N
51 IF J<=7 THEN PRINT AT 4,4+J;J
52 IF J<=7 THEN PRINT AT 5,4*J;"______" (3)
53 IF J=I AND T=1 THEN LET A(I,J)=I0
54 IF J=I AND T=1 THEN PRINT AT 2*I+5,4*J:"INF";
55 IF J=I AND T=1 THEN GOTO 70
60 PRINT AT 21,0;"DAR (";I;",";J;")";
62 INPUT A(I,J)
64 PRINT AT 2*I+5,4*J;A(I,J)
66 LET B(I,J)=A(I,J)
70 NEXT J
80 NEXT I
90 PRINT AT 21,0;"NUM. DE DATOS ERRONEOS=";
92 INPUT K
93 PRINT AT 21,25;K
94 IF K=0 THEN PAUSE 50
96 IF K=0 THEN CLS
98 IF K=0 THEN GOTO 170
110 FOR I=1 TO K
120 PRINT AT 21,0;"DAR (";I;",";J;")";
122 PAUSE 50
124 PRINT AT 21,0;"FILA=";
126 INPUT I
127 PRINT AT 21,10;I
128 PRINT AT 21,15;"COLUMNA=";
129 PRINT AT 21,25;J
131 INPUT A(I,J)
132 PRINT AT 2*I+5,4*M;A(I,J)
134 NEXT I
140 GOTO 90
144 PAUSE 100
146 CLS
170 FOR I=1 TO N+1
172 LET A(N+1,I)=I
174 LET A(I,N+1)=I
175 LET A(N+1,N+1)=0
176 NEXT I
195 PRINT AT 2,0;"RAMA DE LA DERECHA (S/N)";
196 INPUT E$
197 IF E$="S" THEN LET E=0
198 IF E$="N" THEN LET E=1
199 PRINT AT 2,25;E$
200 LET X=1
202 PRINT AT 4,0;"CREO EL NUDO";X
204 LET Z=I0
206 LET A=1
208 LET P=N
210 REM BLOQUE 2
230 GOSUB 5000
232 LET W(X)=M1
236 PAUSE 100
240 PRINT AT 6,0;"COTA DEL NUDO ";;X;":";W(X);
260 FOR I=1 TO N
266 FOR J=1 TO N
268 LET C(I,J)=A(I,J)
270 NEXT J
275 NEXT I
280 REM BLOQUE 3
310 FOR I=1 TO N
312 IF A(I,N+1)=0 THEN GOTO 370
314 LET F(I)=0
316 LET M=I0
318 LET K=0
320 FOR J=1 TO N
322 IF K>1 THEN GOTO 400
```

```
340 IF A(N+1,J)=0 THEN GOTO 370
350 IF A(I,J)=0 THEN LET K=K+1
355 IF A(I,J)=0 THEN GOTO 370
360 IF A(I,J)<M THEN LET M=A(I,J)
370 NEXT J
390 IF K<=1 THEN LET F(I)=M
400 NEXT I
410 FOR J=1 TO N
412 IF A(N+1,J)=0 THEN GOTO 500
415 LET Z(J)=0
416 LET M=I0
417 LET K=0
420 FOR I=1 TO N
422 IF K>1 THEN GOTO 500
440 IF A(I,N+1)=0 THEN GOTO 470
445 IF A(I,j)=0 THEN LET K=K+1
450 IF A(I,J)=0 THEN GOTO 470
460 IF A(I,J)<M THEN LET M=A(I,J)
470 NEXT I
490 IF K<=1 THEN LET Z(J)=M
500 NEXT J
510 LET M=0
520 FOR I=N TO 1 STEP -1
525 IF A(I,N+1)=0 THEN GOTO 590
530 FOR J=N TO 1 STEP -1
540 IF A(N+1,J)=0 THEN GOTO 580
560 IF A(I,J)>0 THEN GOTO 580
570 IF F(I)+Z(J)>=M THEN LET K=
   F(I)+Z(J)
572 IF F(I)+Z(J)>=M THEN LET K=
   I
574 IF F(I)+Z(J)>=M THEN LET L=J
580 NEXT J
590 NEXT I
595 REM BLOQUE 4
600 LET X=X+1
610 LET W (X)=M+W(A)
620 LET O(X)=-K
622 LET D(X)=-L
624 LET P(X)=A
630 PAUSE 100
640 PRINT TAB 0;"BIFURCO AL NU-
   DO";X;
642 PRINT
645 PRINT TAB 0;"NO COGER EL (";
   K;",";L;")";
647 PRINT
650 PRINT TAB 0;"LO ACOTO CON";
   W(X);
652 PRINT
660 PRINT TAB 0;"VUELVO AL NUDO
   ";A;
665 REM BLOQUE 5
670 LET X=X+1
671 PAUSE 100
672 PRINT
674 PRINT
676 PRINT TAB 0;"CREO EL NUDO"
   ;X;",COGER EL (";K;",";L;")";
685 GOSUB 6690
790 GOSUB 5000
800 IF M1=I0 THEN LET W(X)=I0
802 IF M1=I0 THEN GOTO 810
805 LET W(X)=M1+W(A)
807 PAUSE 100
810 PRINT TAB 0;"COTA DEL NUDO
   ";X;":";W(X);
815 LET W(A)=-W(A)
816 LET P(X)=A
817 LET A=X
818 LET O(X)=K
819 LET D(X)=L
820 REM BLOQUE 6
840 IF P=2*N-2 THEN GOTO 1270
850 REM BLOQUE 7
860 IF E=0 THEN GOTO 950
870 FOR I=X TO 1 STEP -1
880 IF W(I)<0 THEN GOTO 910
890 IF W(I)=I0 THEN GOTO 910
900 IF W(I)<=Z THEN GOTO 940
910 NEXT I
915 PAUSE 100
920 PRINT TAB 0;"NO ENCUENTRO
   NINGUN NUDO CANDIDATO"
930 STOP
940 LET Y=I
945 IF Y=I THEN GOTO 1040
950 LETM=I0
955 LET Y=0
960 FOR I=X TO 1 STEP -1
965 IF W(I)<0 THEN GOTO 1000
970 IF W(I)=I0 THEN GOTO 1000
990 IF W(I)<M THEN LET M=W(I)
995 IF W(I)<M THEN LET Y=I
1000 NEXT I
1010 IF Y=0 THEN GOTO 920
1015 REM BLOQUE 8
1020 IF W(Y)<=Z THEN GOTO 1040
1030 GOTO 920
1035 REM BLOQUE 9
1040 IF Y=A THEN GOTO 310
1042 REM BLOQUE 10
```

```
1043 PAUSE 100
1045 PRINT TAB 0;"RESTAURO EL NU-
     DO";Y;
1050 LET G=0
1060 LET P=N
1070 FOR I=1 TO N
1080 LET A(N+1,I)=I
1085 LET A(I,N+1)=I
1090 NEXT I
1100 FOR I=1 TO N
1110 FOR J=1 TO N
1120 LET A(I,J)=C(I,J)
1125 NEXT J
1130 NEXT I
1150 LET A=Y
1160 IF O(Y)<0 THEN GOTO 1200
1170 LET K=O(Y)
1175 LET L=D(Y)
1177 IF K>0 OR L>0 THEN LET G=G+A
     (K,L)
1180 GOSUB 6690
1190 GOTO 1210
1200 LET K=-O(Y)
1202 LET L=-D(Y)
1204 LET A(K,L)=I0
1210 IF Y<=3 THEN GOTO 1230
1220 LET Y=P(Y)
1225 GOTO 1160
1230 GOSUB 5000
1240 IF M1<>I0 THEN GOTO 1250
1245 LET W(A)=I0
1246 PAUSE 100
1247 PRINT TAB 0;"NUEVA COTA DEL
     NUDO ";A;":";W(A);
1248 GOTO 860
1250 LET W(A)=G+M1-W(I)
1252 PAUSE 100
1255 PRINT TAB 0;"NUEVA COTA DEL
     NUDO";A;":";W(A);
1257 GOTO 310
1260 REM BLOQUE 11
1270 IF W(A)<0 THEN GOTO 860
1280 LET W(A)=-W(A)
1285 IF -W(A)=I0 THEN GOTO 860
1290 IF -W(A)>Z THEN GOTO 860
1295 REM BLOQUE 12
1300 LET Z=-W(A)
1320 PRINT TAB 0;"HE ENCONTRADO
     EL SIGUIENTE TURNO DE COS-
     TE";
1325 PRINT
1330 LET K=0
1335 LET L=0
1340 FOR I=1 TO N
1350 IF A(I,N+1)=0 THEN GOTO 1380
1360 IF K<>0 THEN GOTO 1390
1370 LET K=I
1380 NEXT I
1390 FOR J=1 TO N
1400 IF A(N+1,J)=0 THEN GOTO 1430
1410 IF L<>0 THEN GOTO 1440
1420 LET L=J
1430 NEXT J
1435 LET Z=Z+A(K,J)
1437 PRINT Z
1440 IF A(K,L)>0 THEN PRINT K;" ";J;
     ",";I;" ";L;
1445 IF A(K,L)>0 THEN GOTO 1455
1450 PRINT K;" ";J;",";I;" ";L;
1455 LET Y=A
1460 IF Y=1 THEN GOTO 1490
1470 IF O(Y)>0 THEN PRINT",";O(Y);
     " ";D(Y);
1480 LET Y=P(Y)
1485 GOTO 1460
1487 PAUSE 100
1490 PRINT TAB 0;"QUIERES SEGUIR
     ?"
1495 INPUT S$
1497 IF S$="S" THEN LET S=1
1498 IF S$="N" THEN LET S=0
1500 IF S=1 THEN GOTO 860
1510 STOP
4000 REM SUBRUTINAS
5000 LET M1=0
5020 FOR I=1 TO N
5030 IF A(I,N+1)=0 THEN GOTO 5140
5040 LET M=I0
5050 FOR J=1 TO N
5060 IF A(N+1,J)=0 THEN GOTO 5080
5070 IF A(I,J)<M THEN LET M=A(I,J)
5080 NEXT J
5090 FOR J=1 TO N
5095 IF A(N+1,J)=0 THEN GOTO 5120
5105 IF A(I,J)=I0 THEN GOTO 5120
5110 LET A(I,J)=A(I,J)-M
5120 NEXT J
5130 LET M1=M1+M
5140 NEXT I
5150 FOR J=1 TO N
5160 IF A(N+1,J)=0 THEN GOTO 5270
5170 LET M=I0
```

```
5180 FOR I =1 TO N
5185 IF A(I,N + 1) =0 THEN GOTO 5210
5195 IF A(I,J) =0 THEN GOTO 5270
5200 IF A(I,J)<M THEN LET M =A(I,J)
5210 NEXT I
5220 FOR I =1 TO N
5225 IF A(I,N + 1) =0 THEN GOTO 5250
5235 IF A(I,J) =I0 THEN GOTO 5250
5240 LET A(I,J) =A(I,J) – M
5250 NEXT I
5260 LET M1 =M1 + M
5270 NEXT J
5280 RETURN
6000 REM
6010 PRINT AT 0,0;"ALGORITMO VIA-
     JANTE DE COMERCIO"
6020 PRINT AT 4,0;"OPCIONES"
6030 PRINT AT 7,0;"A =INTRODUCIR
     DATOS"
6040 PRINT AT 9,0;"B =MODIFICAR
     DATOS"
6050 PRINT AT 11,0;"C =EJECUTAR EL
     PROGRAMA"
6055 PRINT AT 13,0;"D =VISUALIZAR
     DATOS"
6057 PRINT AT 15,0;"E =VISUALIZAR
     RESULTADOS"
6058 PRINT AT 17,0;"F =VER MATRIZ
     ACTUAL DE COSTES"
6059 PRINT AT 19,0;"G =VER COTAS
     ACTUALES DE NUDOS"
6060 INPUT W$
6062 PAUSE 50
6065 CLS
6070 IF W$ ="A" THEN GOTO 3
6080 IF W$ ="B" THEN GOTO 90
6090 IF W$ ="C" THEN GOTO 170
6095 IF W$ ="D" THEN GOSUB 8000
6097 IF W$ ="E" THEN GOSUB 6200
6098 IF W$ ="F" THEN GOSUB 8500
6099 IF W$ ="G" THEN GOSUB 9000
6110 REM IF W$ ="E" THEN GOTO
     1320
6120 GOTO 6000
6200 REM
6210 PRINT "RESULTADOS"
6220 FOR A =1 TO N
6230 PRINT AT 2*A + 5,0;"COTA NUDO
     ";A;" =";W(A)
6240 NEXT A
6242 PAUSE 400
6244 CLS
6250 RETURN
6690 REM
6691 IF L>0 THEN LET K1 =A(N + 1,L)
6692 LET P =P + 1
6694 IF K>0 THEN LET L1 =A(K,N + 1)
6710 FOR I =1 TO N
6720 IF A(I,N + 1) =K1 THEN LET A(I,
     N + 1) =P
6725 IF A(I,N + 1) =K1 THEN GOTO 6740
6730 NEXT I
6740 FOR J =1 TO N
6745 IF A(N + 1,J) =L1 THEN LET A
     (N + 1,J) =P
6750 IF A(N + 1,J) =L1 THEN GOTO 6770
6760 NEXT J
6770 IF T =1 THEN LET A(L,K) =I0
6780 IF L>0 THEN LET A(N + 1,L) =0
6785 IF K>0 THEN LET A(K,N + 1) =0
6790 RETURN
7000 REM
7010 PRINT AT 0,0;"ALGORITMO VIA-
     JANTE DE COMERCIO"
7020 PRINT AT 2,0;"NUMERO DE PUN-
     TOS =";
7021 PRINT AT 3,20;"(3)"
7022 INPUT N
7023 PRINT AT 2,20;N
7040 PRINT AT 5,0;"NUMERO DE ITE-
     RAC =";
7042 PRINT AT 6,20;"(3)"
7045 INPUT AB
7053 PRINT AT 5,20;AB
7060 PAUSE 50
7070 PRINT AT 5,0;"(32)"
7072 PRINT AT 6,20;"(7)"
7080 RETURN
8000 REM
8148 PRINT AT 0,0;"MATRIZ DE COS-
     TES"
8150 FOR I =1 TO N
8151 PRINT AT 2*I + 5,0;I
8152 FOR J =1 TO N
8153 PRINT AT 4,4*J;J
8154 PRINT AT 5,4*J;"(3)"
8155 IF I =J THEN PRINT AT 2*I + 5,4*J;
     "INF"
8156 IF J =I AND T =1 THEN LET B(I,J)
     =I0
8157 IF I<>J THEN PRINT AT 2*I + 5,4*J;
     B(I,J)
```

```
8158 NEXT J
8160 NEXT I
8161 PRINT AT 21,0;"RESTITUYES DA-
     TOS ORIGINALES?"
8162 INPUT G$
8164 CLS
8165 IF  G$ = "N"  THEN  RETURN
8180 LET I0 = 10000
8200 FOR I = 1 TO N
8202 LET F(I) = 0
8204 LET Z(I) = 0
8210 FOR J = 1 TO N
8220 IF  I = J  THEN  LET  A(I,J) = I0
6230 LET A(I,J) = B(I,J)
8240 LET C(I,J) = 0
8250 NEXT J
8260 NEXT I
8270 FOR E = 1 TO AB
8280 LET O(E) = 0
8282 LET D(E) = 0
8284 LET W(E) = 0
8286 LET P(E) = 0
8290 NEXT E
8300 GOTO 90
8500 REM
8548 PRINT AT 0,0;"MATRIZ DE COS-
     TES"
8550 FOR I = 1 TO N
8551 PRINT AT 2*I + 5,0;I
8552 FOR J = 1 TO N
8553 PRINT AT 4,5*J - 3;J
8554 PRINT  AT  5,5*J - 3;"____(4)____"
8555 IF I = J THEN PRINT AT 2*I + 5,5*
     J - 3;"INF"
8556 IF J = I AND T = 1 THEN LET B(I,J)
     = I0
8557 IF I<>J THEN PRINT AT 2*I + 5,5*
     J - 3;A(I,J)
8558 NEXT J
8560 NEXT I
8600 PAUSE 600
8610 CLS
8650 RETURN
9000 REM
9005 PRINT  "COTAS  ACTUALES  DE
     LOS NUDOS"
9010 FOR I = 1 TO N
9020 FOR J = 1 TO N
9100 PRINT  AT  2*I + 4,0;"NUDO";I;
     " = ";W(I);TAB 20;W(J);
9180 NEXT J
9200 NEXT I
9250 PAUSE 400
9260 CLS
9270 RETURN
9970 STOP
9980 PRINT (256*PEEK  16405 + PEEK
     16404 - 16389)/1024
9982 PAUSE 100
9984 CLS
9986 GOTO 1
9990 SAVE "BRANCH"
9999 GOTO 1
```

Y si se desea una mejor presentación de la matriz de costes se ha de añadir;

```
8557 IF I<>J THEN PRINT AT 2*I + 5,5*J
     - 3;A(I,J)
8558 IF  I<>J  AND  A(I,J) = I0  THEN
     PRINT  AT  2*I + 5,5*J - 3;"INF"
8559 IF P = 2*N - 2 THEN PRINT AT 2*K
     5,5*R - 3;"INF"
8560 IF P = 2*N - 2 THEN PRINT AT 2*T
     + 5,5*L - 3;"INF"
8565 NEXT J
8570 NEXT I
8600 PAUSE 600
8610 CLS
```

ESTUDIO DE INVERSIONES (Programa "TIR", número 9)

El análisis de una Inversión es parte fundamental de la Economía de la Empresa. Puede tratarse de forma tan superficial como aquí lo hacemos (1er. Curso de Ciencias Económicas y asignaturas equivalentes de Carreras Técnicas) o de manera más profunda en cursos superiores.

Vamos a suponer que el Proyecto a estudiar:

- Dura M años.
- La Inversión puede realizarse de una sola vez en el año 1, (I) o en cantidades variables durante el periodo M, (I(K)).
- Los resultados de realizar dicha Inversión, que llamamos FLUJOS DE CAJA = INGRESOS - COSTOS, pueden ser constantes para cada año del periodo M o no (P(N)).
- La TASA DE INTERES del dinero invertido es R.
- La INVERSION TOTAL se recupera en un plazo K llamado PERIODO DE RETORNO DE LA INVERSION.

Con estos datos vamos a analizar la rentabilidad de una determinada Inversión conociendo en cada caso todos los datos del programa menos UNO, que es el que queremos determinar mediante el Programa.

La TASA DE RENDIMIENTO INTERNO (TIR) de una INVERSION es una medida de la rentabilidad relativa del proyecto que se obtiene al despejar R de la ecuación:

$$H = \sum_{K=1}^{K=M} \frac{I(K) - P(K)}{(1+R)^{k}} = 0$$

conocidos I(K), P(K) y M, y se utiliza para establecer prioridades en la realización de varios proyectos de Inversión: a mayor R el proyecto es mejor y su realización es más aconsejable. El signo Σ significa SUMA.

Para obtener el PERIODO DE RETORNO tomamos la fórmula anterior y fijamos el Tipo de Interés R conocidos I(K) y P(K), obteniendo así el valor K. Este valor es el número de años del proyecto para el que se igualan la Inversión realizada y los Flujos de Caja acumulados obtenidos hasta ese momento (ambos valores actualizados a la Tasa R durante el plazo K).

Se incluyen 2 versiones del Programa: en la primera de ellas la Inversión se realiza de una sola vez en el año 1 del plazo. En la segunda la Inversión puede realizarse en 1 o varios años, dentro del periodo M de duración del proyecto.

El Programa permite varias opciones de cálculo (SUB 8000) y de entrada de datos (sentencias 10-80).

El cálculo de la Tasa de Rendimiento Interno se realiza en las sentencias 110-320 y el Periodo de Retorno en las 1000-1070.

Para una mayor exactitud en el cálculo del Periodo de Retorno habría que añadir al Programa:

```
1047 IF H>O THEN LET H = F
1050 IF H≤O THEN GOTO 1065
1065 LET B = (H/(F + ABS H))
1067 LET J = J + B
```

Cálculo que se realiza explicando mediante sentencias BASIC la Figura 13.

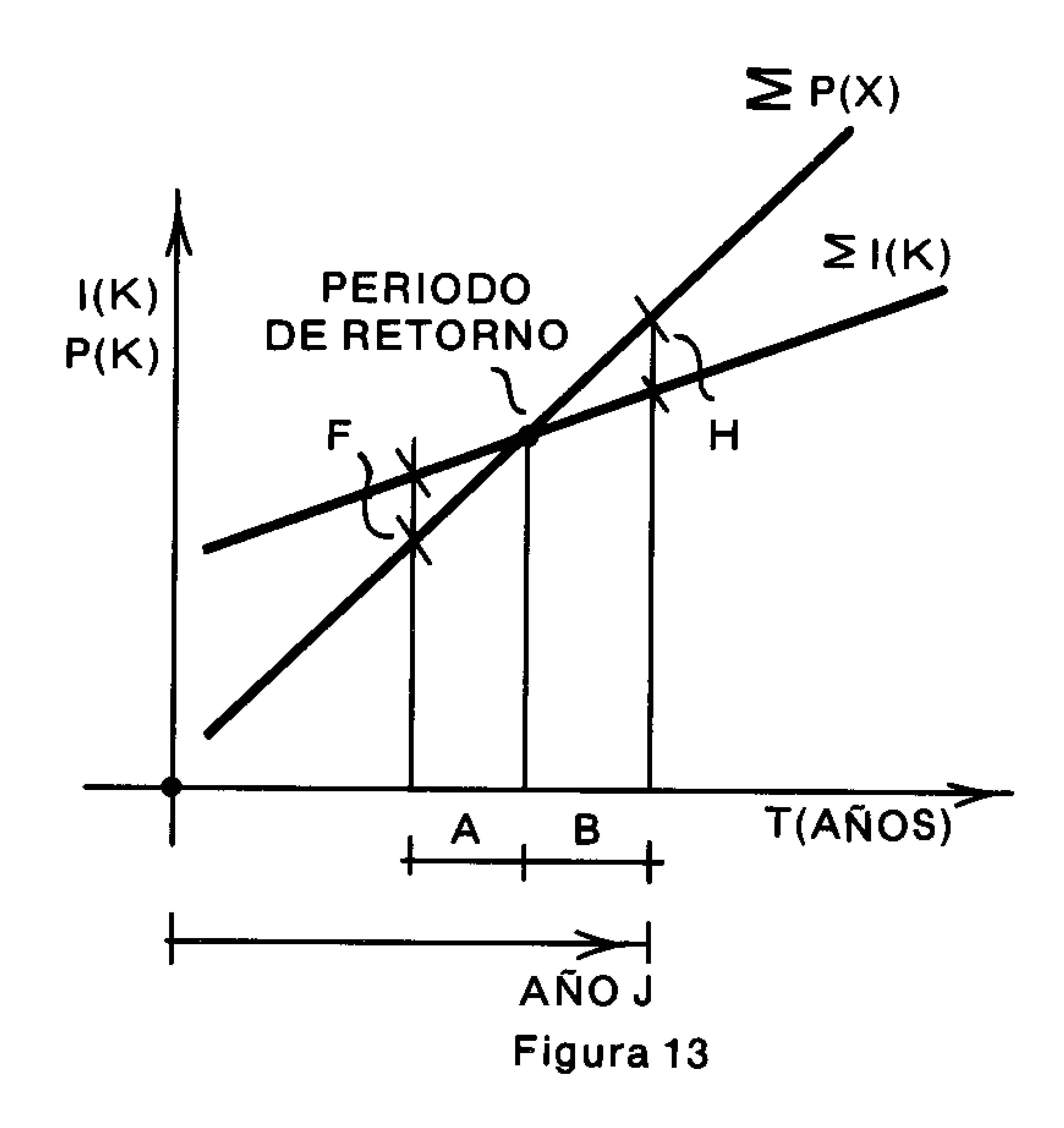


Figura 13

PROGRAMA NUM. 9-A

ESTUDIO DE INVERSIONES

OPCIONES

A = TASA DE RENDIMIENTO INTERNO
B = PERIODO DE RETORNO

TASA DE RENDIMIENTO INTERNO
INVERSION TOTAL = 100
NUMERO DE AÑOS = 5

FLUJO CAJA

AÑO 1 = 20	
AÑO 2 = 30	VAL. DESECHO
AÑO 3 = 40	= 0
AÑO 4 = 40	
AÑO 5 = 40	

TIR = 18.40/0

PERIODO DE RETORNO
INVERSION TOTAL = 100
NUMERO DE AÑOS = 5
TASA DE INTERES (0.XX) = 0.1

AÑO	V.A.N.	DIFERENCIA
1	18.181	81.8181
2	42.975	57.0247
3	73.027	26.9722
4	100.348	– 0.3484

PERIODO RETORNO = 4

```
 5 GOSUB 8000
10 IF W$ = "A" THEN PRINT AT 0,0;"
   TASA DE RENDIMIENTO INTER-
   NO"
11 IF W$ = "A" THEN PRINT AT 1,0;"
   ________________________________"
12 IF W$ = "B" THEN PRINT AT 0,0;"
   PERIODO DE RETORNO"
```

```
14 IF W$=''B'' THEN PRINT AT 1,0;''
   ________(18)________''
20 IF Y$=''N'' THEN PRINT AT 3,0;
   ''INVERSION TOTAL''
25 INPUT I
30 PRINT AT 3,20;''=''; I
32 REM IF W$=''B'' THEN GOTO 42
33 PRINT AT 5,0;''NUMERO DE
   AÑOS''
35 INPUT M
37 PRINT AT 5,20;''=''; M
40 DIM P(M)
42 IF W$=''A'' THEN GOTO 46
43 PRINT AT 7,0; ''TASA INTERES
   (0.XX)''
44 INPUT R
45 PRINT AT 7,20;''=''; R
46 PRINT AT 9,0;''FLUJOS DE CAJA
   IGUALES? (S/N)''
48 INPUT Q$
50 PRINT AT 9,0;''FLUJO DE CAJA''
52 IF Q$=''S'' THEN GOTO 95
54 IF Q$=''N'' THEN PRINT AT 9,0;
56 PRINT AT 9,10;''FLUJO CAJA''
57 PRINT AT 10,10;''_____(10)_____''
60 FOR N=1 TO M
61 IF N>10 THEN GOSUB 2000
62 IF N>10 THEN PRINT TAB 0;''AÑO
   '';N;''='';
63 PRINT AT 12+N,0;''AÑO'';N;''=
   '';
64 INPUT P(N)
65 PRINT AT 12+N,10;P(N)
69 IF N>10 THEN PRINT TAB 20;P
71 NEXT N
72 IF Y$=''N'' THEN PRINT AT 10+
   N-2,17;''VAL.DESECHO''
73 IF Y$=''S'' THEN PRINT AT 20,0;
   ''VAL.DESECHO''
75 INPUT VD
77 PRINT AT 9+N,20;''='';VD
78 LET P(M)=P(M)+VD
79 PAUSE 50
80 IF Q$=''N'' THEN GOTO 200
90 GOTO 230
95 INPUT P
100 PRINT AT 7,20;''='';P
105 PRINT TAB 0;J;TAB 5;S;TAB 15;H
110 FOR N=1 TO M
120 LET P(N)=P
130 NEXT N
200 IF W$=''B'' THEN GOTO 1000
235 LET T=0
237 FAST
240 FOR R=0 TO 1 STEP .001
245 LET S=0
247 LET H=0
250 LET U=(1+R)
257 LET I=0
260 FOR K=1 TO M
270 LET S=S+ (P(K)/(U**K)
275 LET H=I-S
280 NEXT K
300 IF H>=0 THEN GOTO 320
310 NEXT R
320 PRINT AT 21,0;''TIR='';100*R;
    ''0/0''
350 INPUT Y$
360 CLS
370 GOTO 1200
1000 REM
1002 GOSUB 2000
1005 LET S=0
1010 LET J=0
1015 PRINT AT 9,0;''AÑO'';TAB 5;''V.A.
     N.  '';TAB 15;''DIFERENCIA''
1017 PRINT AT 10,0;''__(3)__'';TAB 5;
     ''___(6)___'';TAB 15;''_____(10)_____
     ________''
1018 PRINT
1020 LET U=(1+R)
1023 FOR J=1 TO N
1027 IF Q$=''S'' THEN LET P(J)=P
1030 LET S=S+(P(J)/(U**J))
1040 LET H=I-S
1042 PAUSE 50
1045 PRINT AT 11+J,0;J;TAB 5;INT(10*
     *3*S)/10**3;TAB 15;INT (10**4
     *H)/10**4
1050 IF H<=0 THEN GOTO 1070
1060 NEXTJ
1070 PRINT AT 21,0;''PERIODO RETOR-
     NO='';J
1100 INPUT Y$
1110 CLS
1200 PRINT AT 20,0;''QUIERES ESTU-
     DIAR OTRO CASO? (S/N)''
1210 INPUT T$
1240 IF T$=''S'' AND V$=''S'' THEN
     GOSUB 8000
1300 STOP
2000 FOR J=9 TO 21
```

```
2005 PRINT AT J,0;"          (31)          "
2010 NEXT J
2020 RETURN
3000 REM
8000 CLS
8002 PRINT AT 0,0;"ESTUDIO DE IN-
     VERSIONES"
8005 PRINT AT 4,0;"OPCIONES"
8020 PRINT AT 8,0;"A =TASA DE REN-
     DIMIENTO INTERNO"
8030 PRINT AT 10,0;"B =PERIODO DE
     RETORNO"
8040 INPUT W$
8050 PAUSE 50
8060 CLS
8070 RETURN
9980 PRINT (256*PEEK 16405+PEEK
     16404-16389)/1024
9982 PAUSE 200
9984 CLS
9986 GOTO 1
9990 SAVE "TIR"
9999 GOTO 1
```

PROGRAMA NUM. 9 - B

```
   5 GOSUB 8000
  10 IF W$ ="A" THEN PRINT AT 0,0;
     "TASA DE RENDIMIENTO IN-
     TERNO"
  11 IF W$ ="A" THEN PRINT AT 1,0;"
     "________(27)________"
  12 IF W$ ="B" THEN PRINT AT 0,0;
     "PERIODO DE RETORNO"
  14 IF W$ ="B" THEN PRINT AT 1,0;
     "________(18)________"
  16 PRINT AT 3,0;"INV.TOTAL EN VA-
     RIOS AÑOS? (S/N)"
  17 INPUT Y$
  20 IF Y$ ="N" THEN PRINT AT 3,0;
     "INVERSION TOTAL     (16)     "
  25 IF Y$ ="N" THEN INPUT I
  30 IF Y$ ="N" THEN PRINT AT 3,20;
     " =";I
  32 REM IF W$ ="B" THEN GOTO 42
  33 PRINT AT 5,0;"NUMERO DE
     AÑOS"
  35 INPUT M
  37 PRINT AT 5,20;" =";M
  38 DIM I(M)
  40 DIM P(M)
  42 IF W$ ="A" THEN GOTO 46
  43 PRINT AT 7,0;"TASA INTERES
     (0.XX)"
  44 INPUT R
  45 PRINT AT 7,20;" =";R
  46 PRINT AT 9,0;"FLUJOS DE CAJA
     IGUALES? (S/N)"
  48 INPUT Q$
  50 PRINT AT 9,0;"FLUJO DE CAJA"
  52 IF Q$ ="S" THEN GOTO 95
  54 IF Q$ ="N" THEN PRINT AT 9,0;"
     "
  56 PRINT AT 9,10;"FLUJO CAJA"
  57 PRINT AT 10,10;"____(10)____"
  58 IF Y$ ="S" THEN PRINT AT 9,22;
     "INVERSION"
  59 IF Y$ ="S" THEN PRINT AT 10,22;
     "____(10)____"
  60 FOR N =1 TO M
  61 IF N>10 THEN GOSUB 2000
  62 IF N>10 THEN PRINT TAB 0;"AÑO
     ";N;" =";
  63 PRINT AT 12+N,0;"año";N;" =";
  64 INPUT P(N)
  65 PRINT AT 12+N,10;P(N)
  66 IF Y$ ="S" THEN INPUT I(N)
  68 IF Y$ ="S" THEN PRINT AT 12+
     N,22;I(N)
  69 IF N>10 THEN PRINT TAB 10;P
  71 NEXT N
  72 IF Y$ ="N" THEN PRINT AT 10+
     N-2,17;"VAL. DESECHO"
  73 IF Y$ ="S" THEN PRINT AT 20,0;
     "VAL.DESECHO"
  75 INPUT VD
  76 IF Y$ ="S" THEN PRINT AT 20,20;
     " =";VD
  77 IF Y$ ="N" THEN PRINT AT 9+N,
     20;" =";VD
  78 LET P(M) =P(M)+VD
  79 PAUSE 50
  80 IF Q$ ="N" THEN GOTO 200
  90 GOTO 230
  95 INPUT P
 100 PRINT AT 7,20;" =";P
 105 PRINT TAB 0;J;TAB 5;S;TAB 15;H
 110 FOR N =1 TO M
```

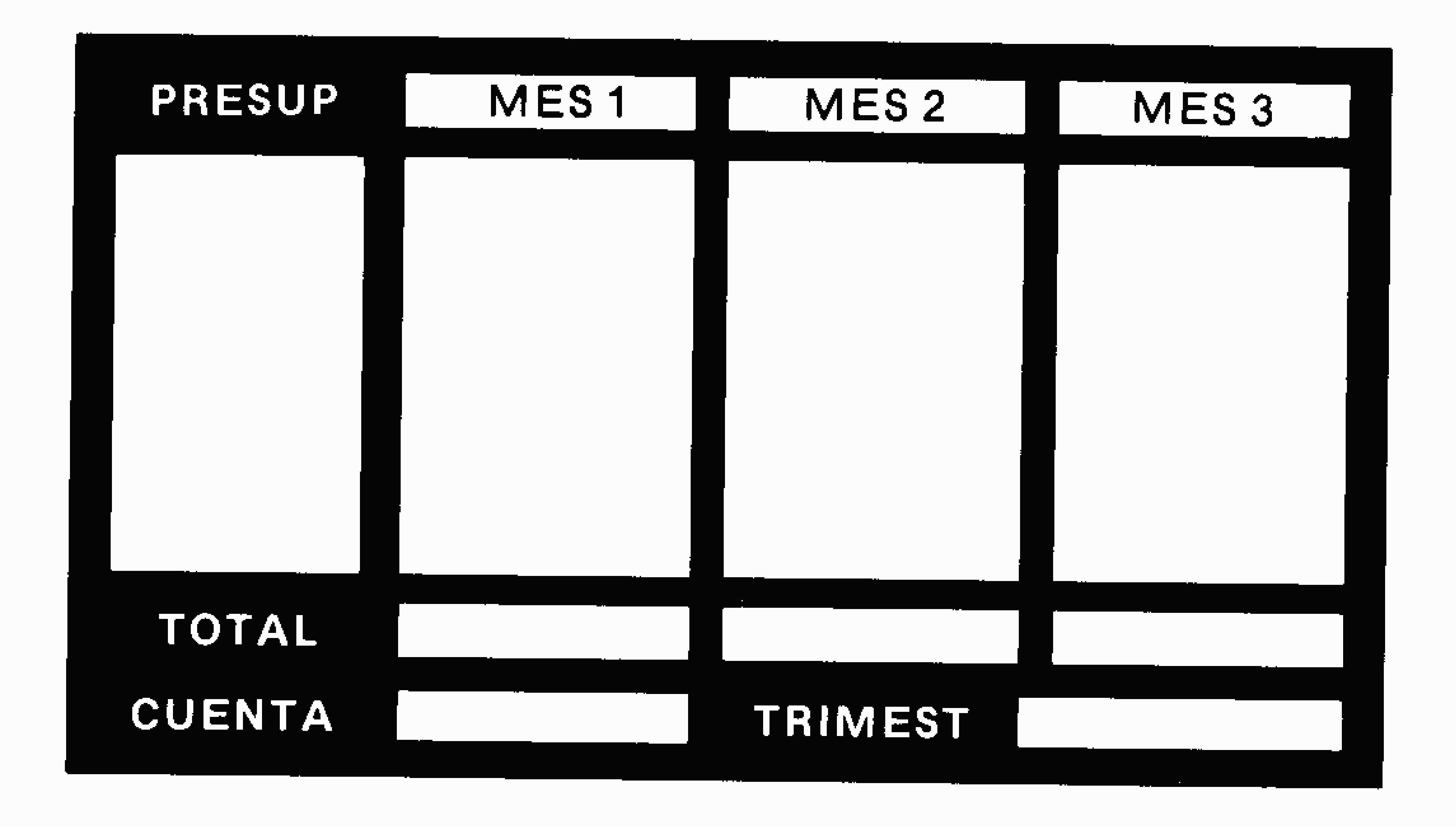
```
120 LET P(N) = P
125 IF  Y$ = ''N''  THEN  LET  I(N) = I
130 NEXT N
200 IF  W$ = ''B''  THEN  GOTO  1000
235 LET T = 0
237 FAST
240 FOR R = 0 TO 1 STEP .001
245 LET S = 0
247 LET H = 0
250 LET U = (1 + R)
257 LET I = 0
260 FOR K = 1 TO M
265 IF Y$ = ''N'' THEN LET I(1) = I
267 IF  Y$ = ''N''  AND  K>1  THEN  LET
    I(K) = 0
270 LET S = S + P(K)
272 LET I = I + I(K)
275 LET H = (I – S) / (U **K)
280 NEXT K
300 IF H >= 0 THEN GOTO 320
310 NEXT R
320 PRINT   AT   21,0;''TIR = '';100*R;
    ''0/0''
350 PAUSE 600
360 CLS
370 GOTO 1200
1000 REM
1002 GOSUB 2000
1003 IF   Y$ = ''N''   THEN   LET   I = 0
1005 LET S = 0
1010 LET J = 0
1015 PRINT AT 9,0;''AÑO'';TAB 5;''V.A.
     N.'';TAB         15;''DIFERENCIA''
1017 PRINT  AT  10,0;''___(3)___'';TAB  5;''
     ___(6)___'';TAB 15;''___(10)___''
1018 PRINT
1020 LET U = (1 + R)
1023 FOR J = 1 TO N
1024 IF   Y$ = ''S''   THEN   LET   I(1) = I
1026 IF  Y$ = ''S''  AND  J>1  THEN  LET
     I(J) = 0
1027 IF  Q$ = ''S''  THEN  LET  P(J) = P
1028 LET I = I + I(J)
1030 LET S = S + P(J)
1040 LET H = (I-S) / (U**J)
1042 PAUSE 50
1045 PRINT  AT  11 + J,0;J;TAB 5;INT  (10
     **3*S)/10**3;TAB   15;INT   (10**4
     *H)/10**4
1050 IF H< = 0 THEN GOTO 1070
1060 NEXT J
1070 PRINT AT 21,0;''PERIODO RETOR-
     NO = '';J
1100 PAUSE 600
1110 CLS
1200 PRINT  AT  20,0;''QUIERES  ESTU-
     DIAR OTRO CASO? (S/N)''
1210 INPUT T$
1240 IF  T$ = ''S''  AND  V$ = ''S''  THEN
     GOSUB 8000
1300 STOP
2000 FOR J = 11 TO   21
2005 PRINT AT J,0;''                        ''
2010 NEXT J
2020 RETURN
3000 REM
8000 CLS
8002 PRINT  AT  0,0;''ESTUDIO  DE  IN-
     VERSIONES''
8005 PRINT     AT     4,0;''OPCIONES''
8020 PRINT AT 8,0;''A = TASA DE REN-
     DIMIENTO INTERNO''
8030 PRINT  AT  10,0;''B = PERIODO  DE
     RETORNO''
8040 INPUT W$
8050 PAUSE 50
8060 CLS
8070 RETURN
9980 PRINT  (256*PEEK   16405 + PEEK
     16404 – 16389) / 1024
9982 PAUSE 200
9984 CLS
9986 GOTO 1
9990 SAVE ''TIA''
9999 GOTO 1
```

PRESUPUESTO FAMILIAR ANUAL (Programa ''PRESUPUESTO'', núm. 10)

El Programa abarca 12 meses y es un Presupuesto de Ingresos (+) y Gastos (-) mensuales, totalizados y acumulados mes a mes con orígen mes 1.
Las sentencias 1100 - 1610 definen las variables fundamentales del Programa:

CUENTAS — D$ (3,6) — INGRES-GASTOS-TOTAL. (1-3)
TRIMESTRES — C$ (4,7) — (1-4)
TOTALES — N$ (19,6) — T.ING-T.GAST-D.MENS-D.ACUM

Una vez pulsado (.) y elegido TRIMESTRE (1-4) se pasa a elegir la CUENTA (1-3) y, a continuación, a introducir los DATOS (números <8 dígitos) cuando aparece en la pantalla ''NUEVO IMPORTE?''.
El lugar donde se quiere situar el dato a introducir (mes, linea) se elige mediante el CURSOR (← ↕ → , teclas 5 a 8 sin shift), pulsando (.) seguidamente.
El CURSOR solo funciona ANTES de pulsar (.) y tiene ''POSICIONES NO VALIDAS'', la mayor parte de ellas evidentes.
Para pasar a otra cuenta, una vez finalizada la entrada de los datos de la cuenta anterior, situamos el CURSOR en la casilla en blanco existente a la DERECHA de la palabra ''CUENTA'' y luego pulsamos (.). En este momento los números de la TABLA se borran PERO NO SE PIERDEN, pudiendo elegir CUENTA y seguir introduciendo datos.
La opción 3 de las cuentas (TOTAL) produce un RESUMEN de los datos introducidos hasta ese momento (Ingresos y Gastos mensuales, Total Mensual y a orígen mes 1), datos que ahora podemos ver que no se han perdido sino totalizado.
Es muy interesante que el mes 1 pueda ser o no el mes de Enero del año elegido. De esta forma el Programa puede servir para Previsiones con horizonte 1 año, o guardar en cinta Ingresos y Gastos de un periodo anterior, con fines completamente distintos en cada uno de los casos.
Los nombres de las cuentas pueden MODIFICARSE a nuestro gusto (≤6 letras) mediante GOSUB 2700.
El Programa carga automáticamente haciendo la grabación en cinta mediante GOTO 9600, y pregunta si queremos:
- BORRAR los datos anteriores (pulsando W), o
- CONSERVARLOS (pulsando X), después de cuyas opciones se pasa a la introducción de datos según el método expuesto.
Aunque menos potente, este Programa recuerda al ''VU-CALC'' de PSION, verdadera maravilla de cálculo de Tablas numéricas y de Archivo de datos. En ambos Programas el manejo del CURSOR es francamente bueno, pero el que nos ocupa es mucho más evidente para su uso en el plano familiar.
El programa ocupa 7.14 K de memoria.



PULSE (.)

PRESUP MES 1 MES 2 MES 3

O O O
O O O
O O O
O O O
O O O
O O O
O O O

TOTAL O O O

CUENTA TRIMEST

(1,2,3 o 4)

PRESUP MES 1 MES 2 MES 3

O O O
O O O
O O O
O O O
O O O
O O O
O O O

TOTAL O O O

CUENTA ????? TRIMEST PRIMERO

ILSE (.)

PRESUP	MES 1	MES 2	MES 3
T.INGR T.GAST D.MENS D.ACUM	50000 25000 25000 25000	40000 45000 – 5000 20000	30000 10000 20000 40000
TOTAL			
CUENTA	› TOTAL.	TRIMEST	PRIMERO

PROGRAMA NUM. 10

```
 100 GOTO 5000
1000 REM     DIMENSIONADO...........
1020 PRINT AT 19,0;"A T E N C I O N"
1022 PRINT AT 20,0;"SI PULSA LA ""W
     "" BORRARA TODOS LOS DATOS,
     CON ""X"" LO EVITARA"
1024 PRINT AT 19,0;" (18) =  = (14) =  = "
1025 PRINT AT 19,0;"       (31)        "
1026 IF  INKEY$="W"  THEN  GOTO
     1050
1028 IF  INKEY$="X"  THEN  GOTO
     5000
1030 GOTO 1000
1050 FAST
1100 DIM N$(19,6)
1200 DIM P(19,12)
1300 DIM C$(4,7)
1400 DIM D$(3,6)
1500 LET C$(1)="PRIMERO"
1510 LET C$(2)="SEGUNDO"
1520 LET C$(3)="TERCERO"
1530 LET C$(4)="CUART0."
1550 LET D$(1)="INGRES"
1560 LET D$(2)="GASTOS"
1570 LET D$(3)="TOTAL"
1580 LET N$(16)="T.INGR"
1590 LET N$(17)="T.GAST"
1600 N$(18)="D.MENS"
1610 LET N$(19)="D.ACUM"
1620 LET Z$="      "
1990 GOTO 5000
2000 REM     DECISIONES...............
2300 GOTO  2490+(X=16  AND  Y=23)*
     10+(X=16  AND  Y=7)*110+((X>2
     AND  X<13)  AND  Y=0)*210+((X>2
     AND X<13) AND Y>=7 AND Y<=23
     )*310-(X=1    AND    Y=0)*1490
2490 PRINT  AT  21,0;"POSICION  NO
     VALIDA"
2495 RETURN
2500 REM ELEC.TRIMESTRE
2510 GOSUB 7600
2520 PRINT  AT  21,0;"(1,2,3  0  4)"
2530 INPUT Y$
2535 IF  CODE  Y$>32  OR  CODE  Y$<29
     THEN GOTO 2530
2540 LET TRIM =VAL Y$
2550 LET Z$ = C$(TRIN)
2555 GOSUB 7000
```

```
2560 FOR N =1 TO 3
2565 PRINT AT 1,8+(N=2)+8+(N=3)*
     16;"MES"; AT 1,13+(N=2)*8+(N
     =3)*16;N+(TRIM-1)*3
2570 NEXT N
2580 PRINT AT 16,8;"?????"
2583 LET Y =7
2590 RETURN
2600 REM CONCEPTOS
2605 GOSUB 7600
2610 PRINT AT 21,0;"INGRES./GASTO.
     /TOTAL (1,2,3)"
2615 INPUT Y$
2618 IF CODE Y$>31 OR CODE Y$<29
     THEN GOTO 2615
2620 LET CUENT =VAL Y$
2630 LET Z$ =D$(CUENT)
2640 PRINT AT 21,0;"       (32)       "
2650 GOSUB 7000
2660 GOSUB 7500
2687 LET X =3
2690 RETURN
2700 REM MODIFIC. NOMBRES
2705 IF TRIM =1 THEN GOTO 2740
2710 PRINT AT 21,0;"USE EL TRIMES-
     TRE UNO";TAB 28;"N/L"
2720 IF TRIM>1 THEN PRINT AT 21,22;"
          (9)          "
2730 IF INKEY$ =""THEN GOTO 2710
2735 RETURN
2740 PRINT AT 21,0;"NOMBRE ASIG-
     NADO?"
2750 INPUT Z$(1 TO 6)
2760 LET N$(X-(CUENT=1)*2+(
     CUENT=2)*3)=Z$
2770 GOSUB 7000
2780 LET X =X+(CUENT =1 AND X<=7
     )+(CUENT=3 AND X<=6)+(
     CUENT =2)
2784 IF X =13-(CUENT =1)*5-(
     CUENT =3)*6 THEN LET Y =7
2785 IF X =13-(CUENT =1)*5-(
     CUENT =3)*6 THEN LET X =3
2787 PRINT AT 21,0;"              "
2790 RETURN
2800 REM MODIFIC.IMPORTES
2820 PRINT AT 21,0;"NUEVO IMPOR-
     TE?"
2840 INPUT Z$
2845 IF LEN Z$>7 OR CODE Z$>37 OR
     CODE Z$<28 THEN GOTO 2840
2850 PRINT AT 21,0;"      (32)      "
2860 GOSUB 7000
2865 LET M =(Y+1)/B+(TRIM-1)*3
2866 LET N =(X-(CUENT =1)*2+(
     CUENT =2)*3)
2870 LET CL1 =P(N,M)
2885 LET CL2 =VAL Z$
2887 LET P(N,M) =CL2
2890 IF CUENT =1 THEN LET P(16,M)
     =P(16,M)+CL2-CL1
2892 IF CUENT =2 THEN LET P(17,M)
     =P(17,M)+CL2-CL1
2894 LET P(18,M) =P(16,M)-P(17,M)
2910 LET CL1 =P(16,M)-P(17,M)
2915 IF CL1 =0 THEN GOTO 2980
2918 LET CL1 =ABS CL1
2920 LET CL2 =INT (LN CL1/LN 10)
2925 PRINT AT 14,8+(M =2 OR M =5
     OR M =8 OR M =11)*8+(M =3 OR
     M =5 OR M =9 OR M =12)*16;"(7)"
2930 PRINT AT 14,14-CL2+(M =2 OR
     M =5 OR M =8 OR M =11)*8+(M
     =3 OR M =6 OR M =9 OR M =12
     )*16;CL1
2980 LET X =X+1
2982 IF X =8 AND CUENT =1 THEN LET
     Y =Y+8
2983 IF X =8 AND CUENT =1 THEN LET
     X =3
2984 IF X =13 AND CUENT =2 THEN
     LET Y =Y+8
2985 IF X =13 AND CUENT =2 THEN
     LET X =3
2999 RETURN
5000 REM    PROG.PRINC...............
5010 CLS
5050 SLOW
5100 PRINT AT 0,0;"████████████████████████████████"
5150 PRINT " ■ ";"PRESUP";TAB 7;
     " ■ ";"MES 1";TAB 15;" ■ ";
     "MES 2";TAB 23;" ■ ";"MES 3";
     TAB 31;" ■ "
5200 PRINT "████████████████████████████████"
5300 FOR N =1 TO 10
5350 PRINT " ■ ------ ■ ------ ■ ----
     --- ■ ------ ■ "
5400 NEXT N
5450 PRINT "████████████████████████████████"
```

```
5475 PRINT "TOTAL------ ■ ------ ■
     ------ ■ "
5500 PRINT "▬▬▬▬▬▬▬▬(32)▬▬▬▬▬▬▬▬
     ▬▬▬▬▬▬▬▬"
5520 PRINT "CUENTA------TRIMESTRE
     ------ ■ "
5530 PRINT "▬▬▬▬▬▬▬▬(32)▬▬▬▬▬▬▬▬
     ▬▬▬▬▬▬▬▬"
6000 REM       CURSOR....................
6120 LET X =16
6140 LET Y =23
6145 PRINT AT 21,0;"PULSE (.)
     "
6150 LET  Y =Y-(INKEY$ ="5"  AND
     Y>0)*8+(INKEY$ ="8" AND Y<31)
     *8
6160 LET  Y =Y-(Y =32  OR  Y =24  OR
     Y =16 OR Y =8)+(Y = -1)
6175 LET  X =X-(INKEY$ ="7"  AND
     X>0)+(INKEY$ ="6"  AND  X<17)
6180 LET  X =X+(X =0)+(X =2)+(X =
     13)+(X =15)-(X =17)*16
6200 PRINT AT X,Y;">"
6205 LET A =X
6206 LET B =Y
6210 IF  INKEY$ ="."  THEN  GOSUB
     2000
6220 PRINT AT A,B;" ■ "
6595 GOTO 6145
7000 REM       IMPRIMIR.................
7050 REM IMPRESION
7100 IF Y>=7 THEN PRINT AT X,Y+1;"
     "
7150 IF Y<7 THEN PRINT AT X,Y+1;  "
7300 PRINT  AT  X,Y+(8-(Y<7))-LEN
     Z$);Z$
7490 RETURN
7500 REM
7501 LET P(19,1) =P(18,1)
7502 FOR N =2 TO 12
7503 LET    P(19,N) =P(19,N-1)+P(18,
     N)
7504 NEXT N
7505 LET    C1 =10-(CUENT =1)*5-(
     CUENT =3)*6
7506 IF CUENT =3 THEN PRINT AT 14,
     8;"▒▒▒▒▒▒▒(23)▒▒▒▒▒▒▒ "
7507 PRINT AT 3,0
7510 FOR M =1 TO 3
7520 FOR N =1 TO 10
7525 IF N< =C1 AND M =1 THEN PRINT
     AT    N+2,1;N$(N+(CUENT =2)*
     5+(CUENT =3)*15)
7530 IF N<=C1 THEN LET C2 =P(N+(
     CUENT =2)*5+(CUENT =3)*15,M
     +(TRIM-1)*3)
7535 IF C2 =0 THEN GOTO 7555
7537 LET C4 =ABS C2
7540 LET C3 =INT (LN C4/LN 10)
7545 IF N<=C1 THEN PRINT AT N+2,8;
     +(M =2)*8+(M =3)*16;"          "
7550 IF N<=C1 THEN PRINT AT N+2,
     14-C3+(M =2)*8+(M =3)*16-
     (C2<0);C2
7553 IF  N<=C1  THEN  GOTO  7560
7555 IF N > C1 THEN PRINT AT N+2,8
     +(M =2)*8+(M =3)*16;"::::::(7)::::::"
7560 NEXT N
7562 IF CUENT =3 THEN GOTO 7580
7565 LET    C2 =P(16+(CUENT =2)+(
     CUENT =3)*3,M+(TRIM-1)*3)
7570 IF C2 =0 THEN GOTO 7580
7572 LET C4 =ABS C2
7573 LET C3 =INT (LN C4/LN 10)
7575 PRINT AT 14,8+(M =2 OR M =5
     OR M =8 OR M =11)*8+(M =3 OR
     M =6 OR M =9 OR M =12)*16;"
7577 PRINT AT 14,14-CS+(M =2 OR M
     =5  OR  M =8  OR  M =11)*8+(
     M =3 OR M =5 OR M =9 OR M =12
     )*16-(C2<0);C2
7580 NEXT M
7585 IF CUENT =3 THEN GOTO 6000
7590 RETURN
7600 REM
7610 PRINT AT 2,0
7620 FOR N =1 TO 10
7630 PRINT  TAB  1;"..(6)..";TAB  8;"
          0";TAB 16;" (6) 0";TAB 24;"
          0"
7640 IF N =10 THEN PRINT AT 14,8;"
          0";TAB 16;"   0";TAB 24;"
          0"
7650 NEXT N
7690 RETURN
9000 STOP
9700 SAVE "PRESUPUESTO""
9800 GOTO 1000
```

PARTE II.- RELACION DE SENTENCIAS PRINT CON CARACTERES INVERSOS

PROGRAMA 1

10 DISTRIBUCION NORMAL
13 TABLA DE VALORES
1505 DENSIDAD
1700 OPCIONES
7001 PARAMETROS DE UNA DISTRIB. NORMAL
7200 ESTADISTICOS DE LA MUESTRA
7300 ESTADISTICOS DE LA MUESTRA
8010 PROBABILIDAD DE UN VALOR DADO
8505 PROBAB. ENTRE DOS VALORES DADOS

PROGRAMA 2

10 INTERPOLACION PUNTOS DISCRETOS
517 INTERPOLACION PUNTOS DISCRETOS
595 INTERPOLACION PUNTOS DISCRETOS
640 INTERPOLACION PUNTOS DISCRETOS
850 INTERPOLACION PUNTOS DISCRETOS
1170 INTERPOLACION PUNTOS DISCRETOS
2105 INTERPOLACION PUNTOS DISCRETOS
2170 INTERPOLACION PUNTOS DISCRETOS
5005 INTERPOLACION PUNTOS DISCRETOS

PROGRAMA 3

5 DESESTACIONALIZACION DE SERIES
48 CONSUMO MENSUAL BRUTO
60 CONSUMO MENSUAL BRUTO
202 CORRECCION VAR. CICLICAS
450 COMPONENTE DE TENDENCIA
800 INFORMES ESTACIONALIDAD
1500 INF. ESTACIONALIDAD CORREGIDOS
4100 INFORMES DE ESTACIONALIDAD
4120 INF. ESTAC. CORREGIDOS
4140 COMPONENTE ESTACIONARIA
4150 COMPONENTE IRREGULAR
9005 DESESTACIONALIZACION DE SERIES
1700 COMPONENTE DE ESTACIONALIDAD
2300 COMPONENTE IRREGULAR
2500 CONSUMOS MENSUALES CORREGIDOS
3010 DIAGRAMAS
3039 OPCIONES
3600 CONSUMO MENSUAL BRUTO
3620 CONSUMO SIN VAR. CICLICAS
3640 TENDENCIA
3660 CONSUMO CORREGIDO

PROGRAMA 4

10 AJUSTE POR MINIMOS CUADRADOS
104 AJUSTE POR MINIMOS CUADRADOS
410 AJUSTE POR MINIMOS CUADRADOS

1387 RESUMEN DE COEFICIENTES
1553 RESUMEN
1582 EXPONENC.
1584 LOGARITM.
1586 POTENCIA
1588 POLINOM. 1
2000 POLINOMIAL 1
2075 FUNCION
2200 POLINOMIAL 2
2275 FUNCION
3000 EXPONENCIAL
3075 FUNCION
4000 LOGARITMICA
4075 FUNCION
5000 POTENCIAL
5078 FUNCION
6010 INFORMES DE DESVIACIONES
6050 DESVIACIONES FUNC.
6585 EXPONENCIAL
6595 LOGARITMICA
6605 POTENCIAL
6615 POLINOMICA 1
6625 POLINOMICA 2
7005 OPCIONES

PROGRAMA 5

10 AMORTIZACION DE UN PRESTAMO
2000 AMORTIZACION DE UN PRESTAMO
5500 AMORTIZACION DE UN PRESTAMO

PROGRAMA 6

5 CAMINO CRITICO
702 CAMINO CRITICO
7100 DIAGRAMA DE BARRAS

PROGRAMA 7

10 ALGORITMO EN CASCADA
1005 MATRIZ DISTANCIAS MINIMAS
2010 DISTANCIAS ENTRE ESTACIONES
5010 ALGORITMO EN CASCADA

7010 ALGORITMO EN CASCADA

PROGRAMA 8

1 ALGORITMO VIAJANTE DE COMERCIO
38 MATRIZ DE COSTES
6010 ALGORITMO VIAJANTE DE COMERCIO
6020 OPCIONES
6210 RESULTADOS
7010 ALGORITMO VIAJANTE DE COMERCIO
8148 MATRIZ DE COSTES

8548 MATRIZ DE COSTES
9005 COTAS ACTUALES DE LOS NUDOS

PROGRAMA 9
8002 ESTUDIO DE INVERSIONES
8005 OPCIONES

PROGRAMA 10
1020 ATENCION
2565 MES
5150 *; PRESUP.
5475 TOTAL
5520 CUENTA TRIMEST.

PROGRAMAS TEMPORALES - PARTE III

PROGRAMA NUM.

1.- Calendario Siglos XX y XXI (Programa ''CALENDARIO'')
2.- Bio-Ritmos (Programa ''BIO'')
3.- Sistema Solar (Programa ''SOL'')
4.- Reloj Anual (Programa ''HORA'')

PROGRAMAS TEMPORALES (BIBLIOGRAFIA)

- Calendario Siglos XX y XXI.
  ''Not only 30 programas for the ZX-81 (Melbourne House Publishers, pag. 44).
- Bio-Ritmos.
  ''Getting adquainted your ZX-81'' (Tim Hartnell, pag. 56).
  Suplemento ABC (de Madrid) del domingo, 3-10-1.982 (pag. 34-38).
- Sistema Solar.
  ''El Universo'' (Enciclopedia Sarpe de la Astronomía), Vol.1 pag. 39
- Reloj Anual.
  ''Getting adquainted your ZX-81'' (Tim Hartnell, pag. 51).

PROGRAMAS TEMPORALES

Incluimos aquí varios programas que tienen como común denominador su desarrollo en el tiempo.
Para utilizar el factor tiempo lo primordial es conocer la fecha a la que corresponde determinado día, motivo por el cual se incluye un Calendario de los Siglos XX y XXI.
''SOL'' calcula varias características de los planetas y Sol de nuestro Sistema en función de la fecha.
''BIO'' calcula los ya muy famosos BIO-RITMOS y, por último se incluye un reloj digital ANUAL que, con algo de dedicación y otro poco de paciencia, puede hacerse tan preciso como se desee.

CALENDARIO SIGLOS XX Y XXI (Programa "CALENDARIO", núm. 1)

Programa muy simple, pero sorprendentemente exacto y útil.
Es importante disponer de una SUB-CALENDARIO como auxiliar de cualquier programa temporal, cosa que veremos en los Programas siguientes.
El día de ejemplo utilizado es tan singular que solo sucede cada cuatro años, pero es la fecha de mi nacimiento y nos sirve como muestra de los datos que se han de suministrar al Programa:
Día(1-2 dígitos), Mes (las 3 primeras letras del mes) y Año (4 dígitos), siendo el resultado el dia de la semana de la fecha introducida. El 29 de FEBRERO de 1.944 fué MARTES.
Hemos de hacer notar que los datos de "Nombre del dia" (D$(K,9)), "Nombre del mes" (M$(13,3)) y "Número de dias del mes" (N(12)), se han de introducir directamente en el Programa previamente (p.e. D$(1,1 TO) = "LUNES ", etc.)
Una vez conocido el día de una determinada fecha es facil reconstruir el calendario de ese mes. Sabemos que todos los 29-(N*7), (siendo 1≤N≤4), fueron martes. Al ser martes el dia 1 conocemos el calendario del mes de Febrero de 1.944.

PROGRAMA NUM. 1

```
CALENDARIO SIGLOS XX XXI

DIA(XX),      MES(LLL),      AÑO(XXXX)
FECHA 29 FEB 1944
ESA FECHA ES UN MARTES
QUIERES  CONOCER  OTRA  FECHA?
(S/N)

   1 REM  CALENDARIO  PERPETUO
   2 PRINT  (256*PEEK  16405+PEEK
     16404-16384)/1024
   3 PAUSE 200
  10 CLS
 900 GOTO 6095
1000 PRINT
1005 PRINT  "QUIERES  CONOCER
     FECHA? (S/N)
1010 INPUT Q$
1015 PRINT
1020 IF Q$="N" THEN CLS
1022 IF Q$="N" THEN PRINT AT 10,3;
     "ADIOS,  HASTA  LA  VISTA"
1040 CLS
1050 IF  Q$="S"  THEN  GOTO  6095
6000 REM SUB CAL. PERPETUO
6002 LET S=0
6010 DIM N(12)
6012 DIM M$(13,3)
6013 FOR I=1 TO 12
6015 PRINT AT 19,0;"MES";I
6017 INPUT M$(I)
6019 PRINT AT 21,0;"NUM. MES";I
6021 INPUT N(I)
6026 PRINT  AT  I,0;I;TAB  4;M$(I);TAB
     10;N(I)
6040 NEXT I
6045 PRINT  AT  17,0;"NOMBRE  DEL
     DIA";K
6050 DIM D$(8,9)
6055 FOR K=1 TO 7
6060 PRINT K
6061 INPUT D$(K)
6062 PRINT AT K,0;D$(K,9)
6070 NEXT K
6090 PAUSE 200
6092 CLS
6095 PRINT  AT  0,2;"CALENDARIO  SI-
```

```
GLOS XX/XXI''
6096 PRINT
6097 PRINT
6100 PRINT ''DIA (XX), MES (LLL), AÑO
     (XXXX)''
6102 PRINT
6103 PRINT TAB 0;''FECHA'';
6104 INPUT D
6105 PRINT TAB 7;D;
6106 INPUT F$
6107 PRINT TAB 11;F$;
6108 INPUT A
6110 PRINT TAB 15;A
6112 PRINT TAB 7;''___(2)___'';TAB 11;''
     ___(3)___'';TAB 15;''___(4)___''
6120 LET A = A – 1900
6130 IF A<0 THEN GOTO 6900
6133 PRINT
6150 IF A<>INT A THEN GOTO 6930
6160 FOR I = 1 TO 12
6170 IF M$(I) = F$ THEN GOTO 6200
6180 NEXT I
6190 GOTO 6930
6200 IF D<>INT D THEN GOTO 6930
6210 IF D<0 THEN GOTO 6930
6220 IF D>N(I) THEN GOTO 6950
6300 LET X = A *365
6310 LET Q = INT (A/4)
6320 LET X = X + Q
6330 IF Q<>A/4 THEN GOTO 6400
6340 IF A = 0 THEN GOTO 6400
6350 IF I>2 THEN GOTO 6400
6360 LET X = X – 1
6400 FOR J = 1 TO I – 1
6410 LET X = X + N(J)
6420 NEXT J
6430 LET X = X + D
6500 LET Q = INT (X/7)
6510 LET K = X – 7*Q
6515 IF K = 0 THEN LET K = 7
6520 PRINT ''ESA FECHA ES UN'';
     D$(K)
6525 PRINT TAB 16;''___(9)___''
6530 GOTO 6910
6900 PRINT ''MENOR QUE 1900''
6920 GOTO 1000
6930 PRINT ''DATOS INCORRECTOS''
6940 GOTO 6910
6950 IF I<>2 THEN GOTO 6980
6960 IF D<>29 THEN GOTO 6980
6965 IF A = 0 THEN GOTO 6980
6970 IF A/4 = INT (A/4) THEN GOTO
     6300
6980 PRINT ''FECHA INEXISTENTE''
6990 GOTO 6910
6999 RETURN
```

BIO-RITMOS (Programa "BIO", núm. 2)

Mediante este Programa se intenta predecir los estados FISICO , EMOTIVO y MENTAL de una persona una vez conocida la fecha de su nacimiento.

Se supone como cierta la teoría que hace fluctuar tales estados de la persona con la función SENO, oscilando entre los valores +1 = MUY BUENO y -1 = MUY MALO) y con periodos, máximos y mínimos en los días señalados en la Figura 14, dias que comienzan a contarse el día en que se nace.

Como datos solo se necesitan la fecha de nacimiento (como origen de los Bio-Ritmos) y el día para el que se desea el cálculo.

Las OPCIONES del Programa permiten obtener cada ESTADO de la persona independientemente, tanto en TABLA (en dias y fechas) como en curva, así como máximos y mínimos de cada uno de los Estados elegidos.

Aún cuando la Teoría de los Bio-Ritmos no le concede valor alguno a la curva GLOBAL (suma de los valores de las 3 curvas anteriores), ésta también se estudia aquí como una curva más, suponiendo que los máximos o mínimos valores de un periodo definen una TENDENCIA a un valor medio de los estados componentes.

Como complementos del Programa se obtienen, mediante las 2 primeras opciones: Día de la Semana para una determinada fecha (Programa "Calendario Siglos XX y XXI") y Edad de la Persona (en años, meses y días).

Finalmente se adjuntan como ANEXO un ESTUDIO de Bio-Ritmos completo aunque no exhaustivo de las posibilidades del Programa.

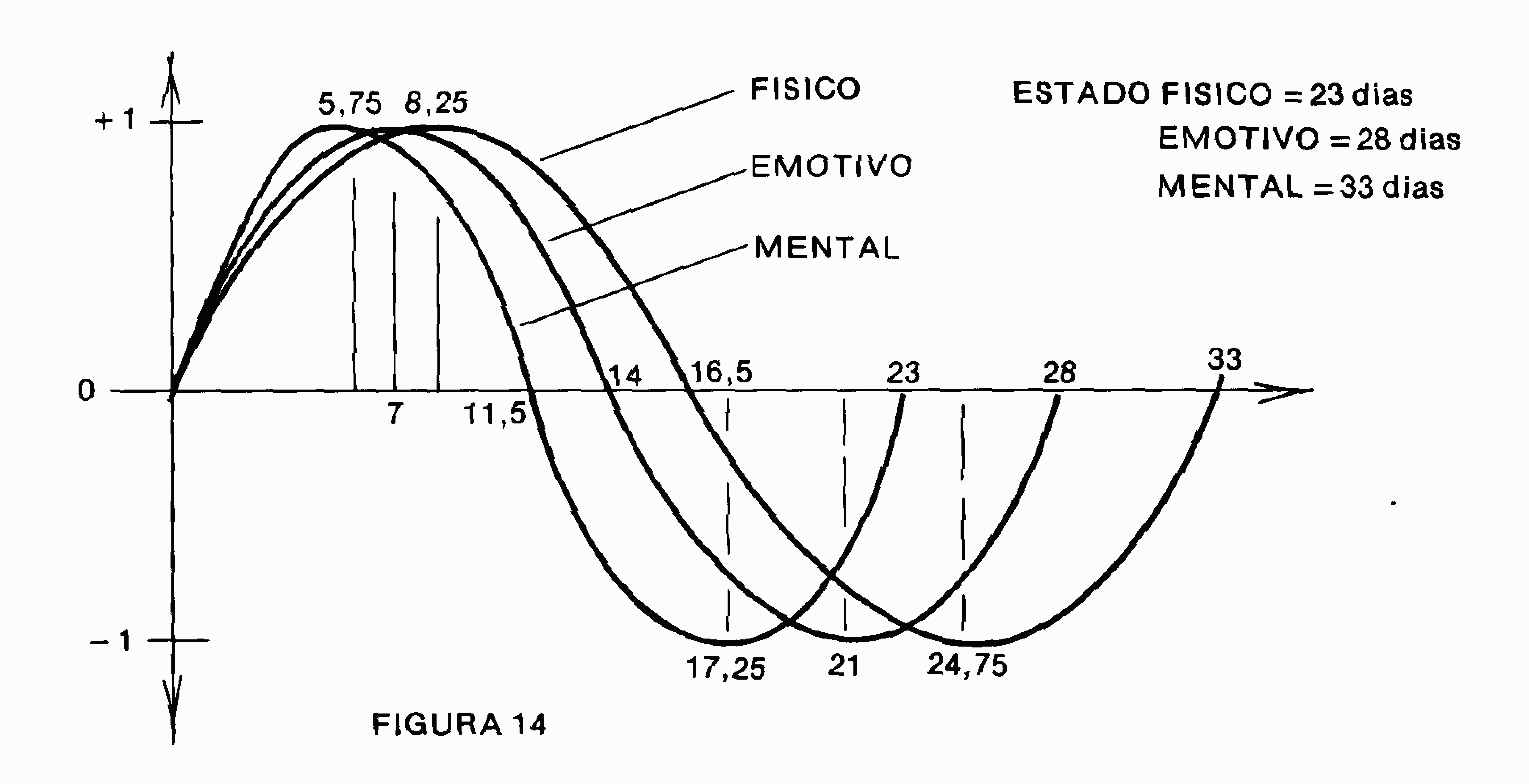


FIGURA 14

PROGRAMA NUM. 2

CLAVE DE SIMBOLOS

A.-DIA DE LA SEMANA DE UNA FECHA
B.-EDAD DE LA PERSONA
C.-BIO – RITMOS: TABLA (DIAS)
D.- TABLA (FECHAS)
E.- CURVA FISICA
F.- CURVA EMOTIVA
G.- CURVA MENTAL
H.- CURVA GLOBAL
I.- MAX/MIN GLOBAL
J.- MAX/MIN CONCEPTOS

CALENDARIOS SIGLOS XX/XXI

DIA (XX), MES (LLL), AND (XXXX)
FECHA 29 FEB 1944
ESA FECHA ES UN MARTES

BIO – RITMOS

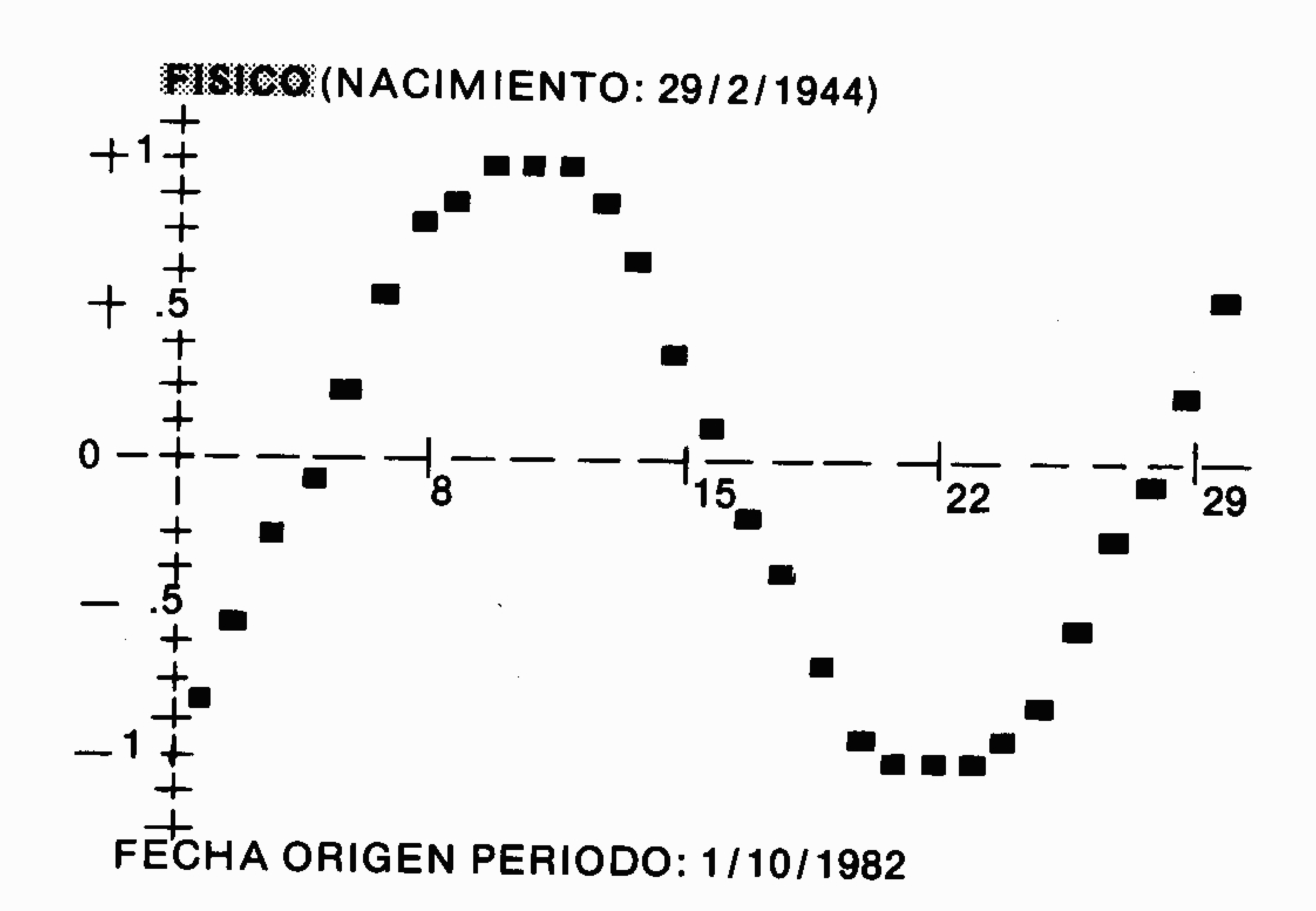
FECHA NACIMIENTO (CC – BB – AA)
DAR CC 29
DAR BB 2
DAR AA 1944

FECHA INICIAL PERIODO
(ZZ – YY – XX)

DAR ZZ 1
DAR YY 10
DAR XX 1982

NACIM:29/2/1944 ACTUAL:1/10/1982

DIA	FISICO	Emotivo	Mental	Global
1	– 0.7	0.5	0.9	0.7
2	– 0.5	0.3	1	0.8
3	– 0.2	0.1	1	0.9
4	0	– 0.2	1	0.8
5	0.3	– 0.4	1	0.9
6	0.6	– 0.6	1	1
7	0.8	– 0.7	0.9	0.9
8	0.9	– 0.9	0.8	0.7
9	1	– 0.9	0.7	0.8
10	1	– 1	0.5	0.5
11	1	– 0.9	0.3	0.4
12	0.9	– 0.9	0.1	0
13	0.7	– 0.7	0	0
14	0.4	– 0.6	0.2	0.5
15	0.2	– 0.4	– 0.4	– 0.5
16	– 0.1	– 0.2	– 0.6	– 0.9



```
1 REM "BIO"
2 PRINT (256*PEEK 16405+PEEK 16404-16384)/1024
3 PAUSE 200
4 CLS
5 LET W=0
6 LET V=0
16 GOSUB 9000
17 GOTO 16
18 DIM F(30)
22 CLS
23 PRINT AT 0,8;"BIO-RITMOS"
25 PRINT AT 3,0;"FECHA NACIMIENTOS (CC-BB-AA)"
27 PRINT AT 5,0;"DAR CC"
30 INPUT C
33 PRINT AT 5,12;C
35 PRINT AT 7,0;"DAR BB"
40 INPUT B
43 PRINT AT 7,12;B
45 PRINT AT 9,0;"DAR AA"
50 INPUT A
53 PRINT AT 9,12;A
80 GOSUB 1400
90 GOTO 9000
1400 LET E=INT (A*365.25)+INT (B*30.6)+C
1900 PRINT AT 11,0;"FECHA INICIAL PERIODO (ZZ-YY-XX)"
1950 PRINT AT 14,0;"DAR ZZ"
2000 INPUT Z
2030 PRINT AT 14,12;Z
2050 PRINT AT 16,0;"DAR YY"
2100 INPUT Y
2130 PRINT AT 16,12;Y
2150 PRINT AT 18,0;"DAR XX"
2160 INPUT X
2230 PRINT AT 18,12;X
2240 PAUSE 200
2245 CLS
2247 FAST
2248 LET Z=Z-1
2250 FOR P=1 TO 30
2300 LET F(P)=INT (X*365.25)+INT (Y*30.6)+Z+P
2350 IF Q$="B" THEN GOSUB 7000
2360 IF Q$="B" THEN RETURN
2400 LET G=F(P)-E
2500 LET H=18
2600 FOR M=1 TO 3
2700 LET H=H+5
2810 LET W=INT (G/H)-(G/H)
2820 LET S=SIN (U*2*PI)
2830 LET I(M)=-(INT (S*10)/10
2900 NEXT M
3000 LET K=I(1)+I(2)+I(3)
3200 IF Q$="C" THEN GOSUB 4400
3250 IF Q$="H" THEN GOTO 4100
3260 IF Q$="D" THEN GOSUB 4700
3270 IF Q$="I" THEN GOTO 5000
3280 IF Q$="E" THEN GOTO 4100
3290 IF Q$="F" THEN GOTO 4100
3300 IF Q$="G" THEN GOTO 4100
3310 IF Q$="J" THEN GOTO 5000
3400 NEXT P
3450 PAUSE 1000
3460 CLS
3500 RETURN
4010 PRINT AT 10,0;"0-+------+------+------+------+-"
4020 FOR L=1 TO 20
4030 PRINT AT L,2;"+"
4040 NEXT L
4050 RETURN
4100 REM GLOBAL
4101 FAST
4102 GOSUB 4010
4110 PRINT AT 11,2;Z+1;AT 11,9;(Z+8);AT 11,16;(Z+15);AT 11,23;(Z+22);AT 11,30;(Z+29)
4120 IF Q$="H" THEN PRINT AT 13,0;"-1";AT 16,0;"-2";AT 19,0;"-3"
4130 IF Q$="H" THEN PRINT AT 7,0;"+1";AT 4,0;"+2";AT 1,0;"+3"
4132 IF Q$="E" OR Q$="F" OR Q$="G" THEN PRINT AT 6,0;"+.5";AT 2,0;"+1"
4134 IF Q$="E" OR Q$="F" OR Q$="G' THEN PRINT AT 14,0;"-.5";AT 18,0;"-1"
4140 IF Q$="H" THEN PRINT AT 0,2;"GLOBAL (NACIMIENTO: ";C;"/";B;"/";A;")"
4141 IF Q$="E" THEN PRINT AT 0,2;"FISICO (NACIMIENTO: ";C;"/";B;"/";A;")"
4142 IF Q$="F" THEN PRINT AT 0,2;"EMOTIV(NACIMIENTO: ";C;"/";B;"/";A;")"
```

```
4143 IF Q$ = "G" THEN PRINT AT 0,2;
     "MENTAL  (NACIMIENTO:  ";C;
     "/";B;"/"; A;")"
4145 PRINT AT 21,0;"FECHA ORIGEN
     PERIODO: ";Z + 1;"/";Y; "/"; X
4150 IF Q$ = "H" THEN PLOT (2*(P - 1)
     + 6),6*K + 21
4152 IF Q$ = "E" THEN PLOT (2*(P - 1)
     + 6),17*I(1) + 21
4154 IF Q$ = "F" THEN PLOT (2*(P - 1)
     + 6),17*I(2) + 21
4156 IF Q$ = "G" THEN PLOT (2*(P - 1)
     + 6),17*I(3) + 21
4170 NEXT P
4180 GOTO 3600
4400 REM GRAFICA
4420 PRINT AT 0,0;"NACIM:";C;"/"
     ;B;"/";A;
4430 PRINT AT 0,16;"ACTUAL:";Z + 1;
     "/";Y;"/";X;
4445 PRINT AT 2,0;"DIA";AT 2,4;"
     FISICO";AT 2,11;"EMOTIVO";AT
2,19;"MENTAL";AT 2,26;"GLOBAL"
4450 PRINT AT 3, = ;" __(3)__ ";AT 3,4;"
     __(6)__";AT 3,11;"__(7)__";AT 3,
     19;"__(6)__";AT 3,26;"__(6)__"
4470 PRINT
4500 PRINT AT 5 + P,0;(Z + P);TAB 4;
     I(1);TAB 11,I(2);TAB 19;I(3);TAB
     26;(INT (K*10))/10
4600 RETURN
4700 REM FECHA
4710 PRINT AT 0,0;"NACIM:";C;"/";
     B;"/";A;
4715 PRINT AT 0,16;"ACTUAL:";Z + 1;
     "/";Y;"/";X;
4720 PRINT AT 2,0;"FECHA";AT 2,6;
     "FISIC";AT 2,12;"EMOTIV";AT 2,
     19;"MENTAL";AT 2,26;"GLO-
     BAL"
4750 PRINT AT 3,0;"__(3)__";AT 3,6;
     "__(6)__";AT 3,12;"__(7)__";
     AT 3,19;"__(6)__";AT 3,26;"__(6)
     __"
4770 PRINT
4800 PRINT AT 5 + P,0;"(";(Z + P);
     "/";Y;"/";TAB 7;I(1);TAB 13;I(2);
     TAB 20;I(3);TAB 27;(INT (K*10))/10
4802 IF Y = 1 OR Y = 3 OR Y = 5 OR Y = 7
     OR Y = 8 OR Y = 10 OR Y = 12 THEN
     LET H = 31
4804 IF Y = 4 OR Y = 6 OR Y = 9 OR Y = 11
     THEN LET H = 30
4806 IF Y = 2 AND INT (A/4) = A/4 THEN
     LET H = 29
4808 IF Y = 2 AND INT (A/4)<>A/4 THEN
     LET H = 28
4810 IF (Z + P)>H THEN PRINT AT 5 + P,
     0;"(";(Z + P - H);"/";(Y + 1); ")"

4900 RETURN
5000 REM MAX/MIN
5005 LET V = V + 1
5010 IF V = 1 AND Q$ = "J" THEN GO-
     SUB 8000
5100 PRINT AT 0,8;"BIO-RITMOS"
5120 IF Q$ = "I" THEN PRINT AT 2,0;
     "GLOBAL:"
5126 IF V>1 THEN GOTO 5164
5130 PRINT AT 4,0;"NACIMIENTO:";C;
     "/";B;"/";A
5140 PRINT AT 6,0;"FECHA ACTUAL:"
     ;(Z + 1);"/";Y;"/";X
5150 PRINT AT 8,0;"MAXIMO";TAB 8;
     "VALOR";AT 8,16;"MINIMO";
     TAB 24;"VALOR"
5152 PRINT TAB 8;"__(6)__";TAB 24;
     "__(5)__"
5153 PRINT AT 10,0;"      (30)      "
5164 IF Q$ = "I" AND K> = 2 OR K< = -
     2 THEN LET W = W + 1
5165 IF Q$ = "I" THEN GOTO 5170
5166 IF T$ = "E" AND I(1)>= .7 OR I(1)
      = - .7 THEN LET W = W + 1
5167 IF T$ = "F" AND I(2)> = .7 OR I(2)<
     >= .7 THEN LET W = W + 1
5168 IF T$ = "G" AND I(3)>= .7 OR I(3)<
      = .7 THEN LET W = W + 1
5170 IF Q$ = "I" AND K>=2 THEN
     PRINT AT 10 + W,1;(Z + P);"/";Y;
     AT 10 + W,9;K;
5171 IF Q$ = "I" THEN GOTO 5180
5172 IF T$ = "E" AND Q$ = "J" AND
     I(1)> = .7 THEN PRINT AT 10 + W,1;
     (Z + P);"/";Y;AT 10 + W,9;I(1)
5174 IF T$ = "F" AND Q$ = "J" AND I(2)
     > = .7 THEN PRINT AT 10 + W,1;(Z
     + P);"/";Y;AT 10 + W,9;i(2);
5176 IF T$ = "G" AND Q$ = "J" AND
     I(3)> = .7 THEN PRINT AT 10 + W,1;
     (Z + P);"/";Y;AT 10 + W,9;I(S);
5180 IF Q$ = "I" AND K<= -2 THEN
```

```
PRINT AT 10+W,17;(Z+P);''/'';
Y;AT 10+W,25;K
5181 IF T$=''E'' AND Q$=''J'' AND
I(1)<=-.7 THEN PRINT AT
10+W,17;(Z+P);''/'';Y;AT 10+W,
25;I(1);
5182 IF T$=''F'' AND Q$=''J'' AND
I(2)<=-.7 THEN PRINT AT 10+W
,17;(Z+P);''/'';Y;AT 10+W,25;
I(2);
5183 IF T$=''G'' AND Q$=''J'' AND
I(3)<=-.7 THEN PRINT AT 10+
W,17;(Z+P);''/'';Y;AT 10+W,25;
I(3);
5184 IF Y=1 OR Y=3 OR Y=5 OR Y=7
OR Y=8 OR Y=10 OR Y=12 THEN
LET H=31
5188 IF Y=4 OR Y=6 OR Y=9 OR Y=11
THEN LET H=30
5190 IF Y=2 AND INT (A/4)=A/4 THEN
LET H=29
5191 IF Y=2 AND INT (A/4)<>A/4 THEN
LET H=28
5192 IF (Z+P)>H THEN PRINT AT 10
+W,1;''('';(Z+P-H);''/'';(Y+1);
'')'';
5193 IF (Z+P)>H THEN PRINT AT 10+
W,17;''('';(Z+P-H);''/'';(Y+1);
'')'';
5196 NEXT P
5400 GOTO 3450
6000 REM SUB CAL. PERPETUO
6010 DIM N(12)
6012 DIM M$(13,3)
6013 FOR I=1 TO 12
6015 PRINT AT 19,0;''MES'';I
6017 INPUT M$(I)
6019 PRINT AT 21,0;''NUM. MES'';I
6021 INPUT N(I)
6028 PRINT AT I,0;I;TAB 4;M$(I);TAB
10;N(I);
6040 NEXT I
6045 PRINT AT 17,0;''NOMBRE DEL
DIA'';K
6050 DIM D$(8,9)
6055 FOR K=1 TO 7
6060 PRINT K
6061 INPUT D$(K)
6062 PRINT AT K,0;D$(K,9)
6070 NEXT K
6090 PAUSE 200
6092 CLS
6100 PRINT AT 0,2;''CALENDARIO
SIGLOS XX/XXI''
6101 PRINT AT 3,0;''DIA (XX), MES
(LLL), AÑO (XXXX)''
6102 PRINT
6103 PRINT TAB 0;''FECHA'';
6104 INPUT D
6105 PRINT TAB;D;
6106 INPUT F$
6107 PRINT TAB 11;F$;
6108 INPUT A
6110 PRINT TAB 15;A
6112 PRINT TAB 7;''_(2)_'';TAB 11;''_
_(3)_'';TAB 15;''___(4)___''
6120 LET A=A-1900
6130 IF A<0 THEN GOTO 6900
6133 PRINT
6150 IF A<>INT A THEN GOTO 6930
6160 FOR I=1 TO 12
6170 IF M$(I)=F$ THEN GOTO 6200
6180 NEXT I
6190 GOTO 6930
6200 IF D<>INT D THEN GOTO 6930
6210 IF D<0 THEN GOTO 6930
6220 IF D>N(I) THEN GOTO 6950
6300 LET X=A*365
6310 LET Q=INT (A/4)
6320 LET X=X+Q
6330 IF Q<>1/4THEN GOTO 6400
6340 IF A=0 THEN GOTO 6400
6350 IF I>2 THEN GOTO 6400
6360 LET X=X-1
6400 FOR J=1 TO I-1
6410 LET X=X+N(J)
6420 NEXT J
6430 LET X=X+D
6500 LET Q=INT (X/7)
6510 LET K=X-7*Q
6515 IF K=0 THEN LET K=7
6520 PRINT ''ESA FECHA ES UN'';D$
(K)
6525 PRINT TAB 16;''_____(9)_____''
6530 GOTO 6905
6900 PRINT ''MENOR QUE 1900''
6905 PAUSE 100
6906 CLS
6907 PRINT ''QUIERES CONOCER
OTRA FECHA?''
6908 INPUT Q$
6912 IF Q$=''S'' THEN CLS
```

```
6914 IF Q$="S" THEN GOTO 6100
6920 GOTO 9000
6930 PRINT "DATOS INCORRECTOS"
6935 PRINT
6940 GOTO 6910
6950 IF I<>2 THEN GOTO 6980
6960 IF D<>29 THEN GOTO 6980
6965 IF A=0 THEN GOTO 6980
6970 IF A/4=INT (A/4) THEN GOTO
     6300
6980 PRINT "FECHA INEXISTENTE"
6985 PRINT
6990 GOTO 6905
6999 RETURN
7000 REM EDAD
7010 LET H=F(1)-E+1
7020 LET M=INT (H/365.25)
7030 LET P=INT ((H-INT (M*365.25))/
     30.6)
7040 LET T=(H-INT (M*365.25+P*30
     .6))
7050 PRINT AT 0,11;"EDAD"
7055 PRINT AT 4,0;"FECHA DE NACI-
     MIENTO:";C;TAB 25;B;TAB 28;A
7057 PRINT AT 5,22;"___(2)___";TAB 25;
     ;"___(2)___";TAB 28;"___(4)___"
7060 PRINT AT 6,0;"FECHA CONSIDE-
     RADA:";Z+1;TAB 25;Y;TAB 28;X
7067 PRINT AT 7,22;"___(2)___";TAB 25;
     "___(2)___";TAB 28;"_____(4)_____"
7103 IF ABS (X/4-(INT (X/4)))<1 AND
     Y=2 AND T=29 THEN LET T=T-
     29
7105 IF ABS (X/4-(INT (X/4)))<1 AND
     Y=2 AND T=0 THEN LET P=P+1
7106 IF P=12 THEN LET P=0
7107 IF ABS (X/4-(INT (X/4)))<1 AND
     Y=2 AND T=0 AND P=0 THEN
     LET M=M+1
7108 IF ABS (X/4-(INT (X/4)))<>0
     AND Y=2 AND T=28 THEN LET
     P=P+1
7109 IF (X/4-(INT (X/4)))<1 AND Y=2
     AND T=28 THEN LET T=0
7110 PRINT AT 11,0;"_______(4)_______"
7111 IF ABS (X/4-(INT(X/4)))<1 AND
     Y=2 AND T=1 THEN LET T=0
7112 IF ABS (X/4-(INT (X/4)))<>0 AND
     Y<>2 THEN LET T=T-1
7120 PRINT AT 10,0;"EDAD:";M;
     "ANOS"
7150 PRINT AT 12,6;P;"MESES"
7170 PRINT AT 14,6;T;"DIAS"
7200 PAUSE 400
7300 CLS
7400 RETURN
8000 REM CONCEPTOS
8005 PRINT AT 0,8;"CONCEPTOS"
8010 PRINT AT 2,0;"DE CUAL DE LOS
     CONCEPTOS DESEAS CONOCER
     MAX/MIN?"
8020 PRINT
8025 PRINT
8030 PRINT "E.-FISICO"
8035 PRINT
8040 PRINT "F.-EMOTIVO"
8045 PRINT
8050 PRINT "G.-MENTAL"
8100 INPUT T$
8110 CLS
8122 IF T$="E" THEN PRINT AT 2,0;
     "FISICO:"
8124 IF T$="F" THEN PRINT AT 2,0;
     "EMOTIV:"
8126 IF T$="G" THEN PRINT AT 2,0;
     "MENTAL:"
8170 IF T$="E" OR T$="F" OR T$="
     G" THEN GOTO 5100
8200 RETURN
9000 REM PROG. CONTROL
9040 CLS
9050 PRINT AT 0,5;"CLAVE DE SIMBO-
     LOS"
9060 PRINT
9070 PRINT
9080 PRINT TAB 0;"A.-DIA DE LA SE-
     MANA DE UNA FECHA"
9085 PRINT
9090 PRINT TAB 0;"B.-EDAD DE LA
     PERSONA"
9095 PRINT
9100 PRINT TAB 0;"C.-BIO-RITMOS:
     TABLA (DIAS)"
9105 PRINT
9110 PRINT TAB 0;"D.-";TAB 15;"TA-
     BLA (FECHAS)"
9113 PRINT
9115 PRINT TAB 0;"E.-";TAB 15;"
     CURVA FISICA"
9118 PRINT
9120 PRINT TAB 0;"F.-";TAB 15;"CUR-
     VA EMOTIVA"
9125 PRINT
```

```
9130 PRINT TAB 0;"G.-";TAB 15;"CUR-
     VA MENTAL"
9135 PRINT
9140 PRINT TAB 0;"H.-";TAB 15;"CUR-
     VA GLOBAL"
9145 PRINT
9150 PRINT TAB 0;"I.-";TAB 15;"MAX/
     MIN GLOBAL"
9155 PRINT
9160 PRINT TAB 0;"J.-";TAB 15;"
     MAX/MIN CONCEPTOS"
9200 INPUT Q$
9207 CLS
9210 IF Q$="A" THEN GOTO 6100
9220 IF Q$="B" THEN GOTO 18
9230 IF Q$="C" THEN GOTO 18
9240 IF Q$="D" THEN GOTO 18
9250 IF Q$="E" THEN GOTO 18
9260 IF Q$="F" THEN GOTO 18
9270 IF Q$="G" THEN GOTO 18
9280 IF Q$="H" THEN GOTO 18
9282 IF Q$="I" THEN GOTO 18
9284 IF Q$="J" THEN GOTO 18
9990 SAVE "BIO"
9999 GOTO 5
```

PROGRAMA NUM.2 (APENDICE)

CALENDARIO SIGLOS XX/XXI

DIA (XX), MES (LLL), AÑO (XXXX)
FECHA 7 DIC 1951
ESA FECHA ES UN VIERNES

EDAD

FECHA DE NACIMIENTO: 7 12 51
FECHA CONSIDERADA: 4 10 52

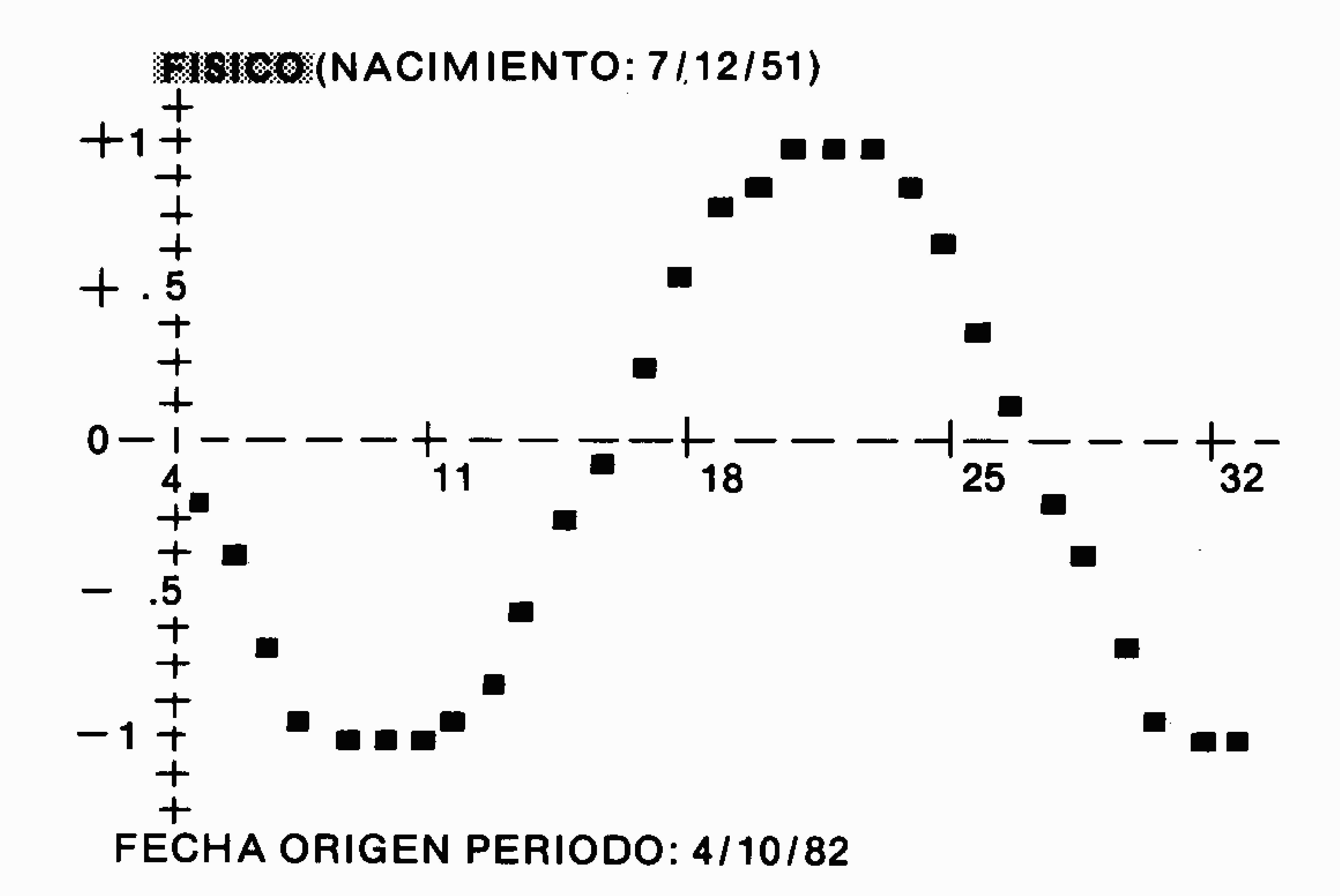
EDAD: 30 AÑOS
30 AÑOS
9 MESES
27 DIAS

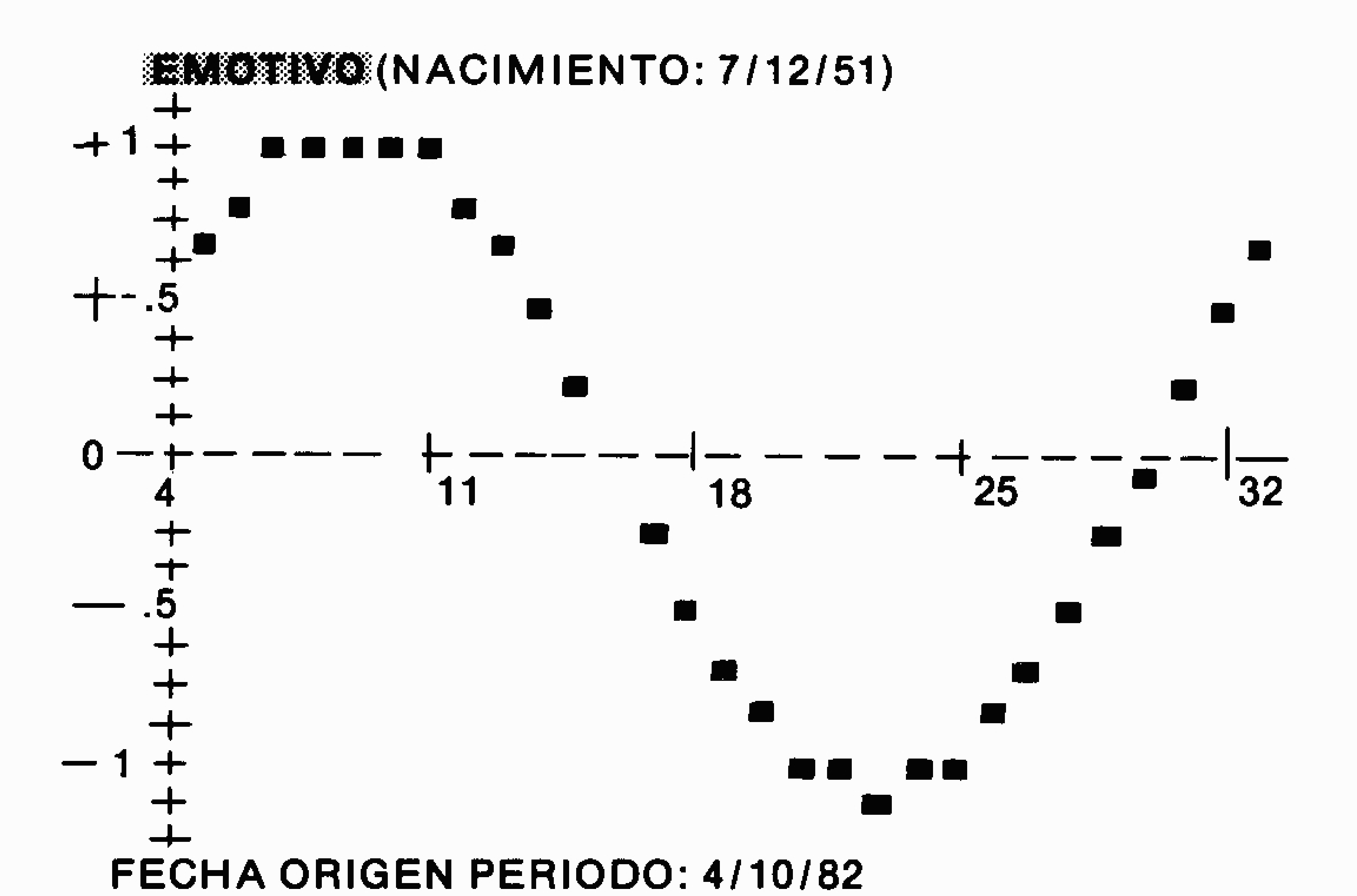
NACIM: 7/12/51 **ACTUAL**: 4/10/82

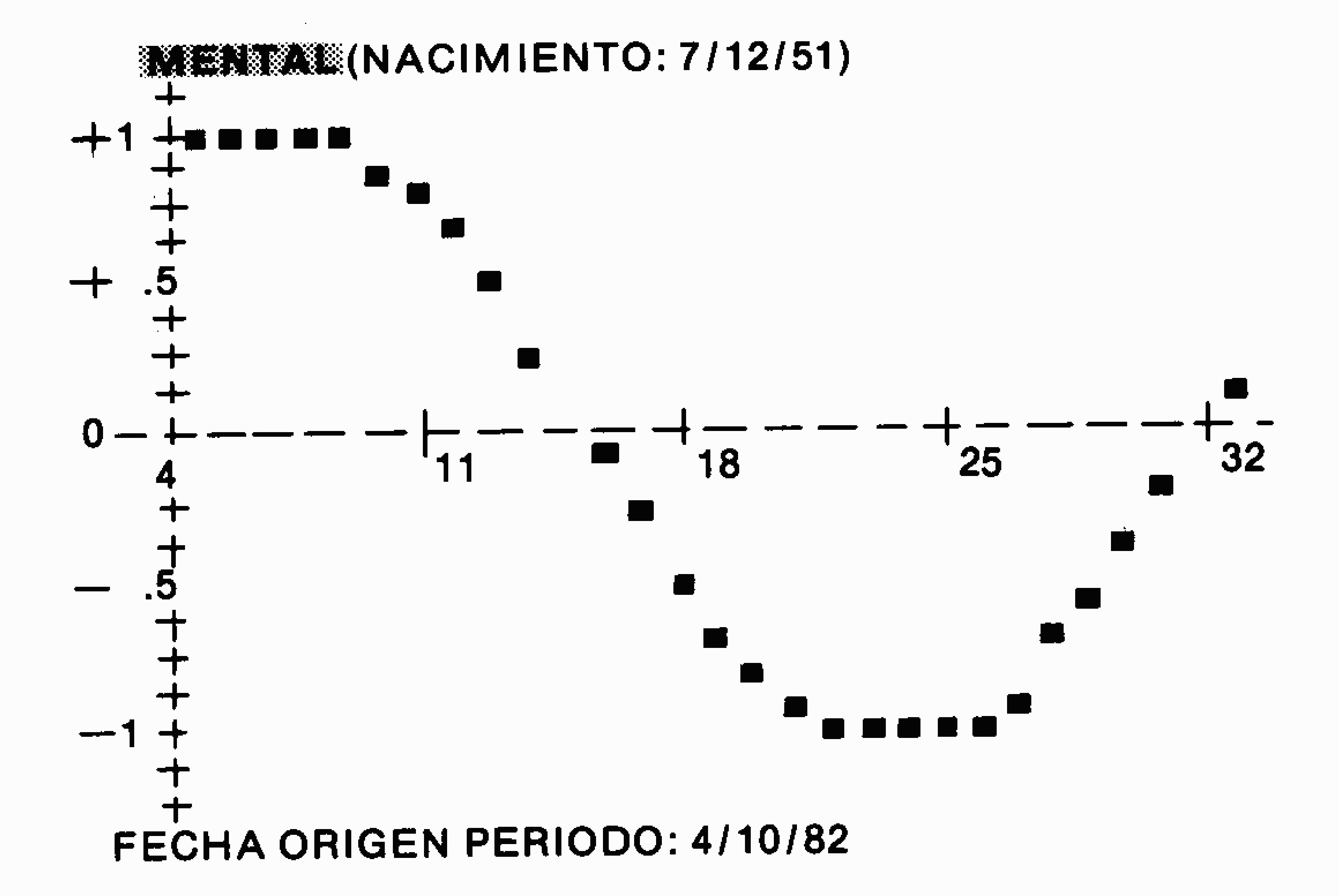
FECHA	FISIC	EMOT	MENT	GLOBAL
(4/10)	−0.1	0.7	1	1.6
(5/10)	−0.3	0.6	1	1.5
(6/10)	−0.6	1	1	1.4
(7/10)	−0.6	1	1	1.2
(8/10)	−0.9	1	1	1.1
(9/10)	−0.9	1	0.9	1
(10/10)	−0,9	1	08	09
(11/10)	−0.8	0.8	0.7	0.7
(12/10)	−0.7	0.7	0.5	0.5
(13/10)	−0.5	0.3	0.3	
(14/10)	−0.2	0.3	0.1	0.2
(15/10)	0	0.1	0	0
(16/10)	0.3	−0.2	−0.2	−0.1
(17/10)	0.6	−0.4	−0.4	−0.2
(18/10)	0.8	−0.6	−0.6	−0.5
(19/10)	0.9	−0.7	−0.7	−0.5

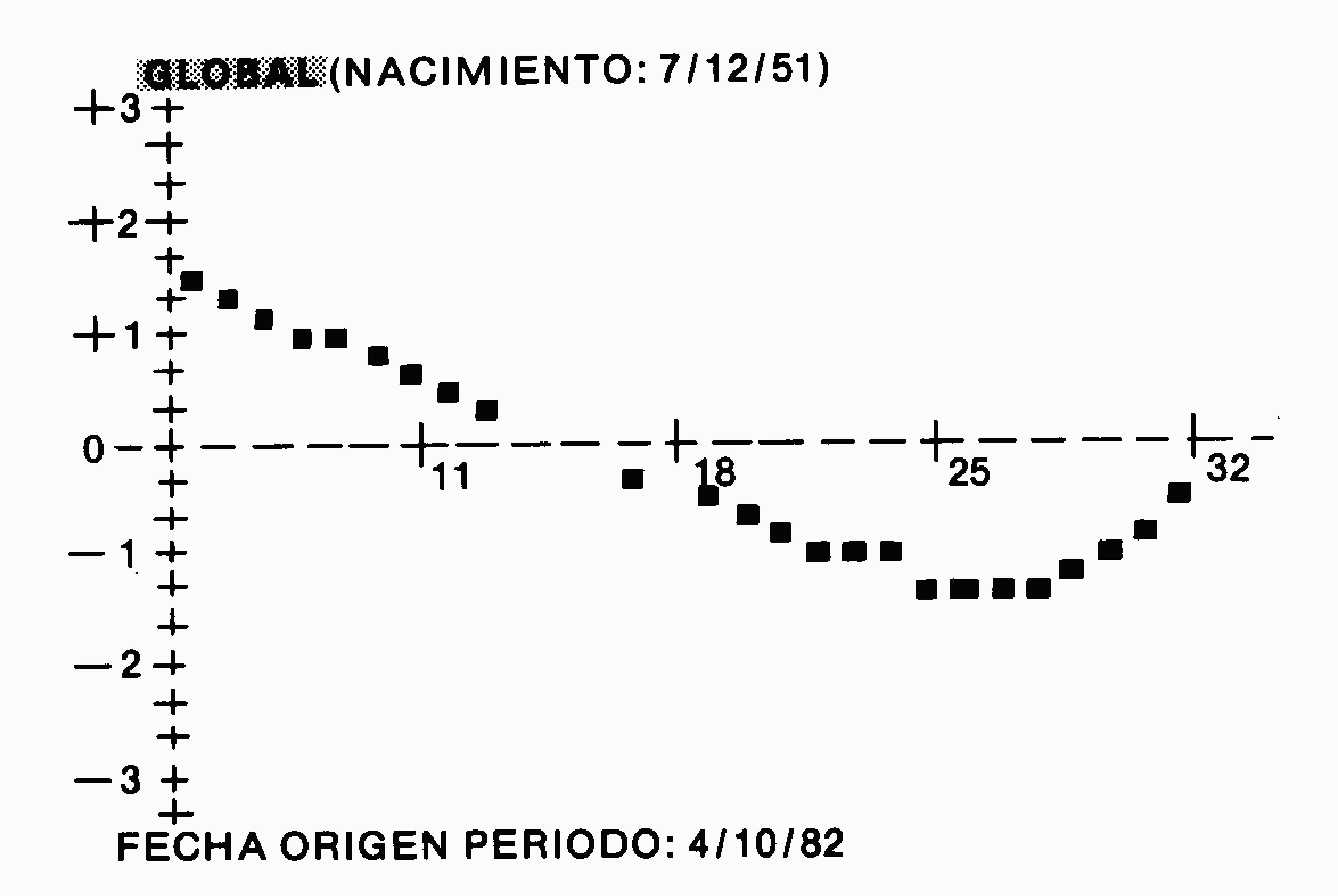
NACIM: 7/12/51 **ACTUAL**: 20/10/82

FECHA	FISIC	EMOT	MENT	GLOBAL
(20/10)	1	−0.9	−0.8	−0.7
(21/10)	1	−0.9	−0.9	−0.5
(22/10)	1	−1	−0.9	−0.9
(23/10)	0.9	−0.9	−0.9	−0.9
(24/10)	0.7	−0.9	−0.9	−1.1
(25/10)	0.4	−0.7	−0.9	−1.2
(26/10)	0.2	−0.6	−0.5	−1.2
(27/10)	−0.1	−0.4	−0.6	−1.1
(28/10)	−0.3	−0.2	−0.5	−1
(29/10)	−0.6	0	−0.3	−0.9
(30/10)	−0.8	0.3	−0.1	−0.6
(31/10)	−0.9	0.5	0	−0.4
(1/11)	−0.9	0.7	0.2	0
(2/11)	−0.9	0.8	0.4	0.8
(3/11)	−0.8	1	0.6	0.8
(4/11)	−0.7	1	0.7	1


FISICO (NACIMIENTO: 7/12/51)
+1
+ .5
0
4
11
18
25
32
- .5
-1
FECHA ORIGEN PERIODO: 4/10/82


EMOTIVO (NACIMIENTO: 7/12/51)
+1
+ .5
0
4
11
18
25
32
- .5
-1
FECHA ORIGEN PERIODO: 4/10/82


MENTAL (NACIMIENTO: 7/12/51)
+1
+ .5
0
4
11
18
25
32
− .5
−1
FECHA ORIGEN PERIODO: 4/10/82


GLOBAL (NACIMIENTO: 7/12/51)
+3
+2
+1
0
11
18
25
32
− 1
−2
−3
FECHA ORIGEN PERIODO: 4/10/82

EJEMPLO 2

CALENDARIO SIGLOS XX/XXI

DIA (XX), MES (LLL), AÑO (XXXX)
FECHA 5 ABR 1944
ESA FECHA ES UN MIERCOLES

EDAD

FECHA DE NACIMIENTO: 5 4 44
FECHA CONSIDERADA: 4 10 82

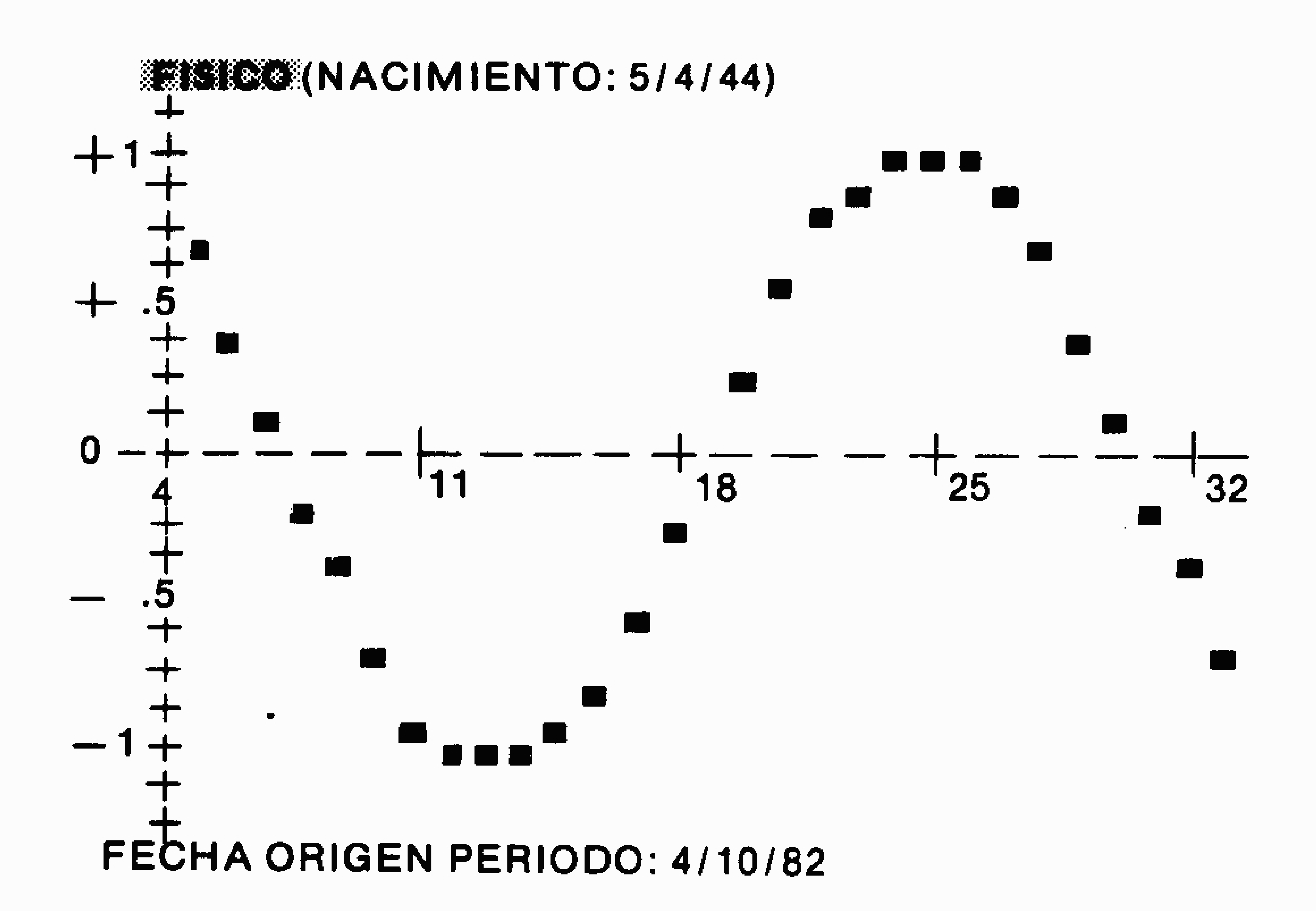
EDAD:
38 AÑOS
6 MESES
– 1 DIAS

NACIM: 5/4/44 **ACTUAL:** 4/10/82

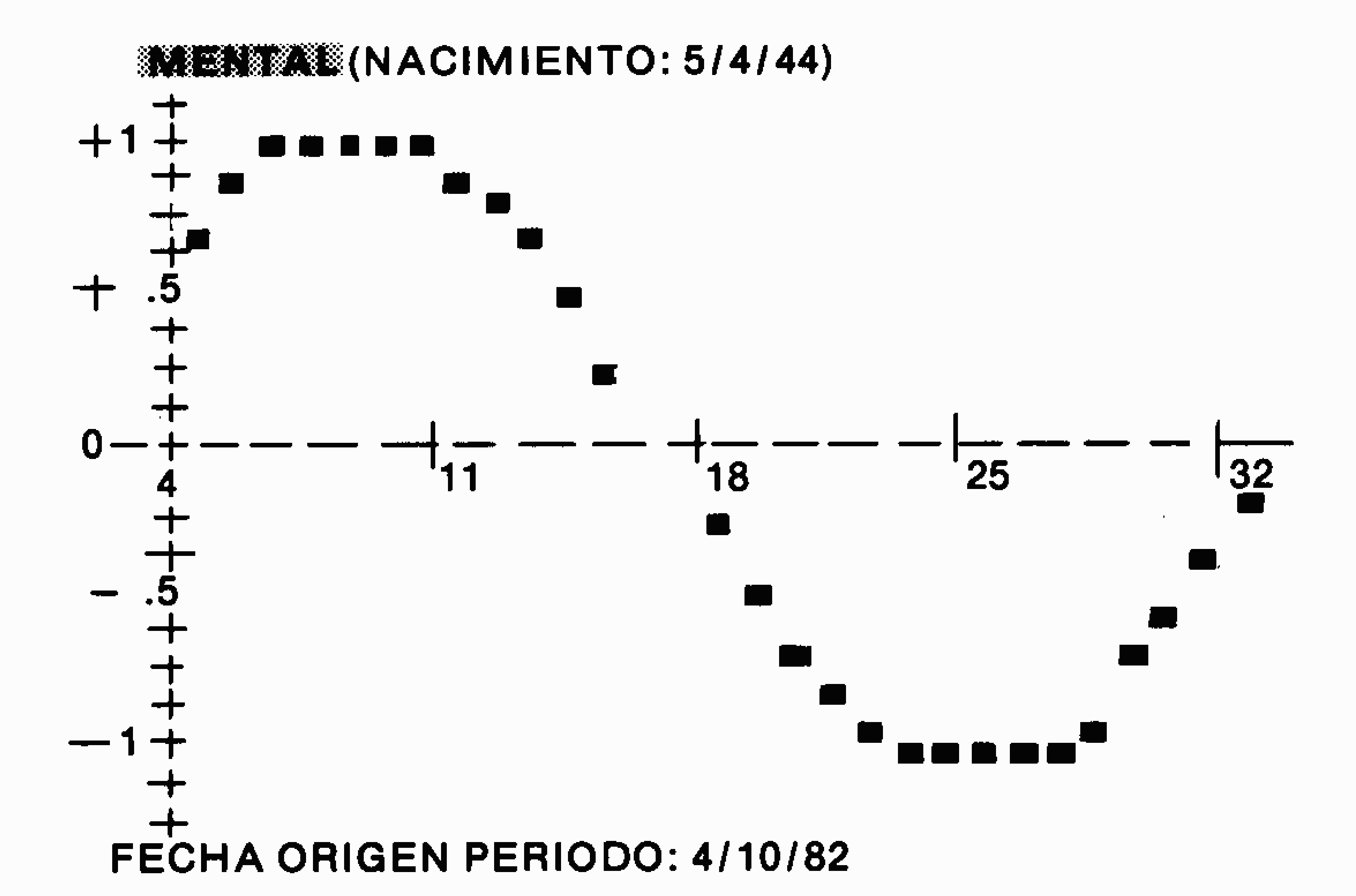
FECHA	FISIC	EMOTIV	MENT.	GLOVAL
(4/10)	0.7	1	0.7	2.4
(5/10)	0.4	1	0.9	2.3
(6/10)	0.2	1	1	2.2
(7/10)	– 0.1	1	1	1.9
(8/10)	– 0.3	0.8	1	1.5
(9/10)	– 0.6	0.7	1	1.1
(10/10)	– 0.8	0.5	1	0.7
(11/10)	– 0.9	0.3	0.9	0.3
(12/10)	– 0.9	0.1	0.6	0
(13/10)	– 0.9	– 0.2	0.7	– 0.4
(14/10)	– 0.8	– 0.4	0.5	– 0.7
(15/10)	– 0.7	– 0.6	0.3	– 1
(16/10)	– 0.5	– 0.7	0.1	– 1.1
(17/10)	– 0.2	– 0.9	0	– 1.1
(18/10)	0	– 0.9	– 0.2	– 1.1
(19/10)	0.3	– 1	– 0.4	– 1.1

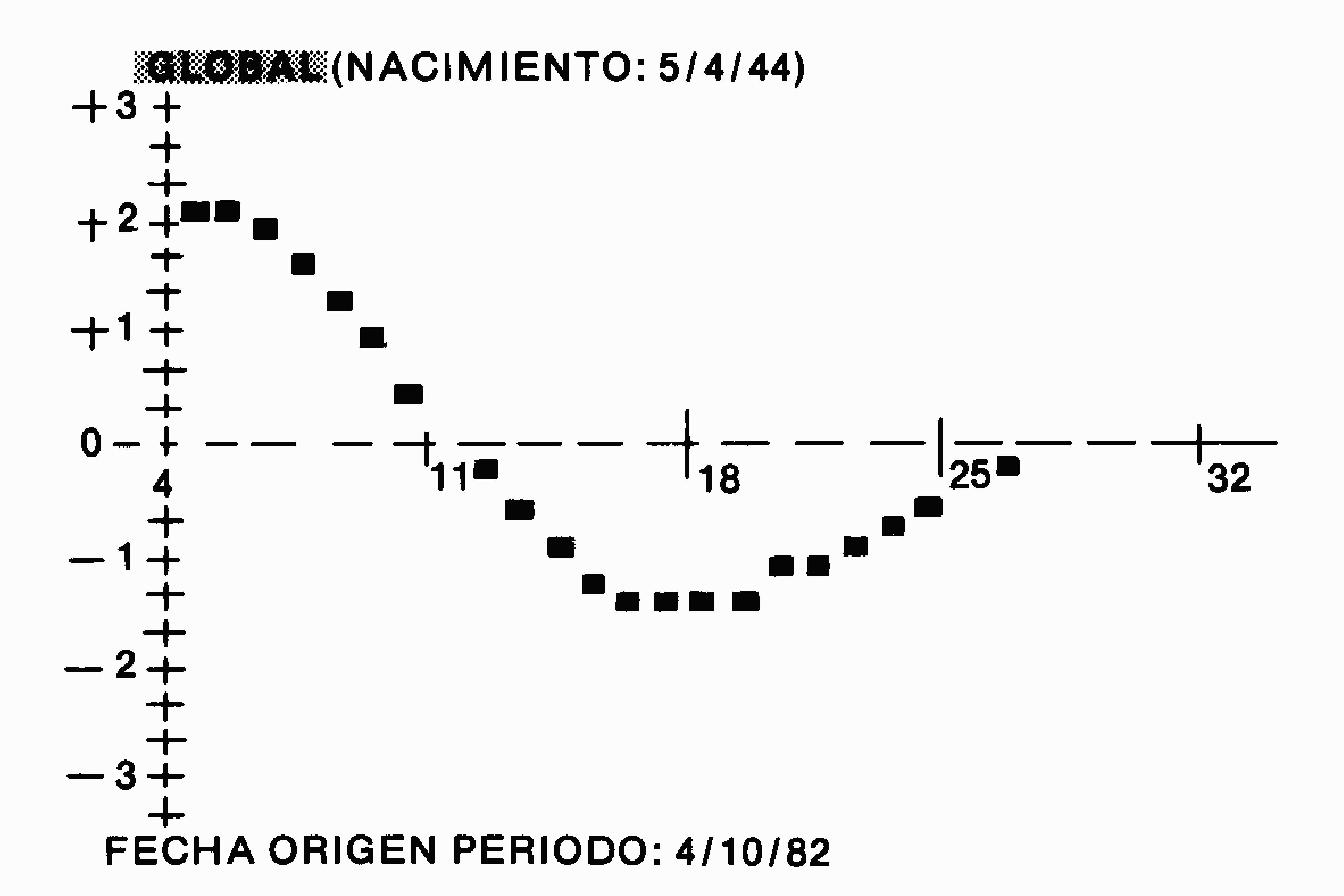
NACIM: 5/4/44 **ACTUAL:** 20/10/82

FECHA	FISIC	EMOTIV	MENT.	GLOBAL
(20/10)	0.6	– 0.9	– 0.6	– 0.9
(21/10)	0.8	– 0.9	– 0.7	– 0.8
(22/10)	0.9	– 0.7	– 0.8	– 0.6
(23/10)	1	– 0.6	– 0.9	– 0.5
(24/10)	1	– 0.4	– 0.9	– 0.3
(25/10)	1	– 0.2	– 0.9	– 0.1
(26/10)	0.9	0	– 0.9	0
(27/10)	0.7	0.3	– 0.9	0.1
(28/10)	0.4	0.5	– 0.8	0.1
(29/10)	0.2	0.7	– 0.6	0.2
(30/10)	– 0.1	0.8	– 0.5	0.1
(31/10)	– 0.3	1	– 0.3	0.4
(1/11))	– 0.6	1	– 0.1	0.2
(2/11))	– 0.8	1	0	0.2
(3/11))	– 0.9	1	0.2	0.3
(4/11))	– 0.9	1	0.4	0.5


FISICO (NACIMIENTO: 5/4/44)
+1
+ .5
0
4
11
18
25
32
— .5
—1
FECHA ORIGEN PERIODO: 4/10/82


EMOTIVO (NACIMIENTO: 5/4/44)
+1
+ .5
0
4
11
18
25
32
— .5
—1
FECHA ORIGEN PERIODO: 4/10/82


MENTAL (NACIMIENTO: 5/4/44)
+1
.5
0
4
11
18
25
32
.5
−1
FECHA ORIGEN PERIODO: 4/10/82


GLOBAL (NACIMIENTO: 5/4/44)
+3
+2
+1
0
4
11
18
25
32
−1
−2
−3
FECHA ORIGEN PERIODO: 4/10/82

SISTEMA SOLAR (Programa ''SOL'', número 3)

Cuando dos Planetas se encuentran en los puntos más cercanos de sus órbitas se dice que están en CONJUNCION. Cuando se encuentran en sus puntos más lejanos están en OPOSICION. Los puntos intermedios entre oposición y conjunción se llaman de ''CUADRATURA''.
Pues bien: el día 10 de Abril de 1.982 se produjo una CONJUNCION MULTIPLE de los Planetas de nuestro Sistema Solar.
Esto quiere decir tan solo que la mayoría de los Planetas interiores o exteriores a la Tierra se encontraban en una posición $\backsimeq(\pm\pi/2)$ radianes cercana a la conjunción con la Tierra, cosa que dió lugar en aquellos dias a muchas especulaciones de tipo ASTROLOGICO, como catástrofes de todo tipo.
Los astrónomos saben desde el Siglo XVII que estas conjunciones se producen cada cierto tiempo (unos 400 años más o menos), breve periodo de tiempo tomando como medida los (5E + 9) años que lleva ''funcionando'' el Sistema Solar.
La única influencia astronómica en la que cabe pensar es, en este caso, la GRAVITATORIA.
Para calcular la influencia sobre la Tierra de los demás Planetas y el Sol se utiliza la Ley de NEWTON sobre la Gravitación Universal.
Sin embargo se han introducido grandes simplificaciones en el Modelo de Sistema Solar utilizado, tales como suponer circulares (y no elípticas) las órbitas de los Planetas o suponerlas todas coincidentes con el plano de la Eclíptica, simplificaciones que afectan en muy poco a los cálculos dado el error permitido en el que nos movemos (cerca de 1E-9).
Complementariamente al cálculo del Incremento de la Gravedad se han establecido diversas OPCIONES:

T = TABLA RESUMEN de Distancias al Sol (U.A. = UNIDAD ASTRONOMICA = = $150 * 10^6$ Kms. y que es la distancia Tierra-Sol), Periodos de giro del planeta alrededor del Sol dados en años terrestres y Masa del planeta relativa a la masa de la Tierra (Tierra = 1). Para los Asteroides se ha supuesto su masa total concentrada en los 4 más importantes (Vesta, Ceres, Juno y Palas), de los que se ha tomado una órbita aproximada.

V = TABLA DE VARIABLES. Autoexplicativa. Es solo una orientación para la interpretación de variables.

D = DISTANCIA TIERRA-PLANETA (en U.A.). En ésta y las siguientes opciones se ha de señalar si se calculan meses o años (los años referidos al 10 de Abril). En el periodo de cálculo no debe ser superior a 5 (años o meses) pues no cabe en la pantalla.

G = INCREMENTO DE ATRACCION. Es el objetivo principal del programa. El cálculo se desarrolla suponiendo que g = atracción de la Tierra = 9.81 gramos/cm.² cada segundo, la cual no se acumula pues es un fenómeno invariable.
Como puede verse, el Sol incrementa g en 1.3 E-4 (una milésima) y la Luna en 1.2 E-6 (una millonésima), afectando los demás Planetas en cifras inferiores a 1E-10 a una persona situada en el centro de la Tierra (teóricamente)

Esta simplificación es inferior a la realizada al no considerar la composición de las fuerzas de atracción desde los distintos Planetas (que se encuentran en puntos del espacio no alineados entre sí). A ''grosso modo'', se podría haber supuesto a los planetas interiores atrayendo en un sentido y a los exteriores en el contrario, siendo la Luna la única que no tendría un sentido fijo de atracción.
El fenómeno global afecta en 1.333 E-4, dentro del cual se han incluido a Sol y Luna que son invariables. Es decir: un IMAN algo grande situado en casa del lector puede afectar más en sentido gravitatorio que la Conjunción Múltiple. No se trata de poner

en tela de juicio otras energías que puedan afectar SICOLOGICAMENTE al individuo (como las ONDAS α) a pesar de la nula trascendencia astronómica.

R= TABLA DE COORDENADAS. Se obtienen las coordenadas de los distintos planetas en función del tiempo. El objetivo es una posterior aplicación ASTROLOGICA (los astrólogos utilizan ángulos con centro en la Tierra -geocéntricos- a diferencia de los astrónomos que tienen su centro en el Sol -heliocéntricos-).

S= SISTEMA SOLAR. Intenta representar gráficamente el Sistema Solar, distinguiendo entre Sistema INTERIOR (Sol, Mercurio, Venus, Tierra) y EXTERIOR (Planetas más allá de la Tierra).

El Programa está muy cerca del límite de las 16 K, motivo por el cual la opción T está preparada para su utilización en un programa más amplio con una memoria mayor. Por ello aconsejamos no incluir la SUB 8000 ni la SUB 6000 en este Programa si no se dispone de una capacidad de memoria mayor de 16 K.

PROGRAMA NUM. 3

TABLA DE VARIABLES

O(I) = ANG. ORIGEN 10/3/82 (RAD.)
R = AÑO ORIGEN MOVIM. (XXXX)
S = AÑO FINAL MOVIM. (XXXX)
E = MESES (M)/AÑOS (A) PERIODO

D(I) = DIST. I/SOL EN U.A. (T = 1)
T(I) = TRANSLACION I (AÑOS)
M(I) = MASA DEL PLANETA I/TIERRA I (T=1)
X(I) = COORDENADA X DEL PLAN. I
Y(I) = COORDENADA Y DEL PLAN. I
J(I) = DIST. PLANETA I/TIERRA

A(I) = ANG. SOL/I – SOL/T (RAD.)
B(I) = ANG. I/SOL – I/T (RAD.)
E(I) = ANG. I/T – TRANS. T (RAD.)
P(I) = PROYECCION G(I)*COS D(I)
Q(I) = PROYECCION G(I)*SEN D(I)
F(I) = RESULTANTE G S/ LA TIERRA

G.-INCREMENTO DE ATRACCION

AST	INCREM. ATRAC.	ACUM.
SOL	.00013205547	
MER	8.9349672E – 16	
VEN	1.5885276E – 14	
TIE	9.81	NO SE INCLUYE
MAR.	2.7805197E – 15	
AST	1.8482114E – 17	
JUP	2.1684819E – 11	
SAT	1.3560349E – 11	
URA	1.4377708E – 12	
NEP	2.1596431E – 12	
PLU	2.6240544E – 14	
LUN	1.1973297E – 6	.00013326284

FECHA: **1981**

T.-SISTEMA SOLAR

ASTRO	DISTANC. SOL (D) (U.A.)	PERIODO (AÑO) (T)	M(P)/M
SOL	0	0	330900
MER	0.39	0.24	.05
VEN	0.72	0.61	0.9
TIE	1	1	1
MAR	1.52	1.88	0.157
AST	2.75	3.5	.001
JUP	5.19	11.87	1295
SAT	9.54	29.5	745
URA	19.19	84.01	63
NEP	30	167.78	78
PLU	39.46	247.7	0.8
LUN	.002	.076	.012

PERIODO DE ANALISIS
ELECCION DE PERIODO DE TIEMPO

ELIGES MESES (M) / AÑOS (A) ?
AÑO DE ESTUDIO (XXXX): 1982
MES INICIAL (XX): 4
MES FINAL (XX): 8

R.- TABLA DE COORDENADAS

AÑO: 1982 MES: AGOSTO

AST	X(I)	Y(I)
SOL	0	0
MER	–.050905203	–0.3866635
VEN	–.023171679	–0.71962704
TIE	–10.291134	–0.35419858
MAR	–0.60506315	1.3943811
AST	1.714597	2.1500366
JUP	–5.0426452	1.227937
SAT	–4.228923	8.55148
URA	12.105056	14.890391
NEP	29.082375	7.3631137
PLU	24.932679	30.585178
LUN	–10.292488	–0.35272712

SISTEMA INTERIOR
AÑO: 1982
MES: 11

SISTEMA EXTERIOR
AÑO: 1982
MES: 10

```
1 REM "SOL"
5 PRINT (256*PEEK 16405+PEEK
  16404–16384)/1024
6 PAUSE 200
7 CLS
8 FAST
10 PRINT AT 0,5;"SISTEMA SOLAR"
15 PRINT
16 PRINT
18 DIM W(12)
20 DIM P$(12)
22 DIM A(12)
24 DIM B(12)
26 DIM C(12)
27 DIM D(12)
29 DIM E(12)
30 DIM F(12)
31 DIM G(12)
32 DIM J(12)
33 DIM H(12)
34 DIM I(12)
35 DIM K(12)
36 DIM M(12)
37 DIM N(36)
38 DIM X(12)
40 DIM Y(12)
41 DIM O(12)
42 DIM P(12)
44 DIM Q(12)
46 DIM L(12)
47 DIM T(12)
49 DIM Z(12)
50 PRINT TAB 8;"OPCIONES"
52 PRINT TAB 8;"____(8)____"
54 PRINT
56 PRINT "DESEAS:"
58 PRINT
60 PRINT "T=TABLA RESUMEN"
62 PRINT "U=TABLA DE VARIA-
  BLES"
63 PRINT "D=DISTANCIA TIERRA-
  PLANETA"
64 PRINT "G=INCREMENTO DE
```

```
       ATRACCION"
  65 PRINT "R" =TABLA DE COORDE-
       NADAS"
  66 PRINT   "S = SISTEMA   SOLAR"
  68 PRINT "F = PARAR"
  69 INPUT H$
  70 IF  H$ = "T"  THEN  GOSUB  3725
  71 IF  H$ = "A"  THEN  GOSUB  4120
  72 IF  H$ = "D"  THEN  GOSUB  2500
  73 IF  H$ = "D"  THEN  GOSUB  5244
  76 IF  H$ = "R"  THEN  GOSUB  2500
  77 IF  H$ = "R"  THEN  GOSUB  2630
  79 IF  H$ = "G"  THEN  GOSUB  2500
  80 IF  H$ = "G"  THEN  GOSUB  4000
  82 IF H$ = "F" THEN STOP
  84 IF  H$ = "V"  THEN  GOSUB  7000
  85 IF  H$ = "S"  THEN  GOSUB  2500
  86 IF H$ = "S" THEN GOSUB 1630
  87 CLS
  88 GOTO 50
  90 STOP
1000 REM SUBRED PLANETAS
1010 DIM P$(12,8)
1015 LET P$(1) = "SOL"
1020 LET P$(2) = "MERCURIO"
1030 LET P$(3) = "VENUS"
1040 LET P$(4) = "TIERRA"
1050 LET P$(5) = "MARTE"
1060 LET P$(6) = "ASTEROID"
1080 LET P$(7) = "JUPITER"
1090 LET P$(8) = "SATURNO"
1100 LET P$(9) = "URANO"
1110 LET P$(10) = "NEPTUNO"
1120 LET P$(11) = "PLUTON"
1130 LET P$(12) = "LUNA"
1135 RETURN
1150 FOR I = 1 TO 12
1200 PRINT  AT  I + 7,0;P$(I,1  TO  8);
1250 NEXT I
1300 RETURN
1630 REM SOLAR
1634 FOR N = Q TO S STEP W
1640 FOR I = 1 TO 12
1650 GOSUB 5000
1655 GOSUB 3000
1660 GOSUB 5150
1664 NEXT I
1666 NEXT N
1667 SLOW
1670 IF  W$ = "A"  THEN  GOTO  1780
1674 IF  W$ = "M"  THEN  GOTO  1630
1680 PRINT  AT  21,0;"SISTEMA INTE-
       RIOR"
1685 PRINT AT 20,20;"AÑO:"
1687 PRINT AT 21,20;"MES:"
1690 FOR N = Q TO S  STEP W
1692 PRINT AT 20,25;(U)
1694 PRINT AT 21,25;TT + INT N
1696 FOR I = 2 TO 3
1700 PRINT AT 9,14;"O"
1710 PRINT    AT    10,12;" - SOL - "
1720 PRINT AT 11,14;"O"
1730 PRINT  AT  Y(I) *8 + 10,X(I) *8 + 14;
       "*"
1740 PRINT  AT  Y(I - 1) *8 + 10,X(I - 1) *8
       + 14;"."
1742 PAUSE 50
1744 NEXT I
1746 NEXT N
1747 PAUSE 1000
1748 CLS
1750 GOTO 1920
1780 PRINT  AT  21,0;"SISTEMA EXTE-
       RIOR"
1790 FOR N = Q TO S STEP W
1793 PRINT AT 20,20;"AÑO:"
1795 PRINT AT 21,20;"MES:"
1797 PRINT AT 20,25; (U)
1798 PRINT   AT   21,25;(TT + INT   N)
1800 FOR I = 5 TO 11
1802 UNPLOT     32 + X(I) / 2,22 + Y(I) / 2
1804 PLOT 32 + X(I) / 2,22 + Y(I) / 2
1805 PAUSE 50
1820 PRINT AT 14,16;"O"
1830 PAUSE 80
1900 NEXT I
1910 NEXT N
1915 PAUSE 1000
1917 CLS
1920 RETURN
2000 REM SUBRED CABECERA
2001 PRINT  AT  0,5;"T.-SISTEMA SO-
       LAR"
2002 PRINT AT 4,0;"ASTRO"
2004 PRINT    TAB    0;"______(7)______"
2010 PRINT AT 2,8;"DISTANC."
2020 PRINT TAB 8;"SOL (D)"
2030 PRINT TAB 8;"(U.A.)"
2040 PRINT    TAB    8;"______(8)______"
2050 PRINT    AT    2,17;"PERIODO"
2060 PRINT TAB 17;"(AÑO)"
2070 PRINT TAB 17;"(T)"
```

```
2080 PRINT TAB 17;"____(7)____"
2090 PRINT AT 3,25;"MASA"
2100 PRINT TAB 25;"M(P)/M"
2120 PRINT TAB 25;"____(6)____"
2130 RETURN
2500 REM RESULTADO
2505 CLS
2506 SLOW
2507 PRINT AT 0,5;"PERIODO DE ANA-
     LISIS"
2508 PRINT AT 1,5;"__________(19)__________
     ________"
2509 GOTO 7800
2510 PRINT AT 0,5;"PERIODO DE ANA-
     LISIS"
2511 PRINT AT 1,5;"____________________
     ________"
2512 PRINT AT 3,0;"DAR U=AÑO ORI-
     GEN (XXXX)="
2513 PRINT AT 15,0;"NOTA.-LA FECHA
     DE CALCULO PARA CADA
     AÑO ES EL 10 DE ABRIL."
2514 PRINT AT 18,4;"EL PERIODO DE
     ANALISIS SOLO ABARCA 6 UNI-
     DADES DE LA UNIDAD ELEGIDA
     (MES/AÑO)"
2515 PRINT AT 4,25;"___(4)___"
2520 INPUT U
2530 LET Q=U-1982
2540 PRINT AT 3,25;U
2550 PRINT AT 5,0;"DAR V=AÑO FI-
     NAL (XXXX)="
2555 PRINT AT 6,25;"___(4)___"
2560 INPUT V
2570 LET S=V-1982
2580 PRINT AT 5,25;V
2625 PAUSE 100
2627 CLS
2628 RETURN
2630 REM COORDENADAS
2632 GOSUB 3000
2633 GOSUB 5000
2635 IF W$="M" THEN FOR N=0 TO
     (SS-TT) STEP W
2636 IF W$="A" THEN FOR N=0 TO
     (S-Q) STEP W
2640 FOR I=1 TO 12
2660 GOSUB 5150
2900 NEXT I
2910 NEXT N
2915 GOSUB 8000
2920 RETURN
3000 REM SUBRUTINA DATOS
3010 FAST
3102 LET D=149.68
3108 LET D(1)=0
3110 LET D(2)=(INT (59.74*10**2/D)
     /10**2)
3120 LET D(3)=(INT (108*10**2/D)/10
     **2)
3130 LET D(4)=1
3140 LET D(5)=INT (10**2*(207+249)/
     (2*D))/10**2
3150 LET D(6)=2.75
3160 LET D(7)=(INT (778.33*10**2/D)
     /10**2)
3170 LET D(8)=(INT (1428*10**2/D)/
     10**2)
3190 LET D(9)=19.19
3200 LET D(10)=30
3210 LET D(11)=39.46
3220 LET D(12)=(INT (0.384*10**3/D))/
     10**3
3350 LET T=365.25625
3370 LET T(1)=0
3400 LET T(2)=(INT (89.97*10**2/T))/
     10**2
3410 LET T(3)=(INT (225*10**2/T))/
     10**2
3420 LET T(4)=1
3430 LET T(5)=(INT (687*10**2/T))/
     10**2
3440 LET T(6)=3.5
3450 LET T(7)=11.87
3460 LET T(8)=29.5
3470 LET T(9)=84.01
3480 LET T(10)=167.78
3490 LET T(11)=247.7
3500 LET T(12)=(INT (T(4)*(1/13)*10
     **3))/10**3
3600 LET M(1)=330900
3610 LET M(2)=0.05
3620 LET M(3)=0.9
3630 LET M(4)=1
3640 LET M(5)=0.157
3650 LET M(6)=.001
3660 LET M(7)=1295
3670 LET M(8)=745
3680 LET M(9)=63
3690 LET M(10)=78
3700 LET M(11)=0.8
3710 LET M(12)=0.012
```

```
3720 RETURN
3725 CLS
3726 GOSUB 2000
3727 GOSUB 1000
3728 GOSUB 1150
3729 GOSUB 3000
3730 FOR I=1 TO 12
3750 PRINT AT I+7,10;D(I)
3770 PRINT AT I+7,18;T(I)
3800 PRINT AT I+7,26;M(I)
3850 NEXT I
3855 PAUSE 400
3860 CLS
3900 RETURN
4000 REM ATRACCION
4005 FAST
4010 CLS
4012 GOSUB 3000
4013 LET G(4)=9.81
4017 LET M(4)=1
4018 FOR N=Q TO S STEP W
4020 FOR I=1 TO 12
4080 LET R=6378.4/10**6
4081 IF I=4 THEN GOTO 4155
4082 GOSUB 5152
4090 GOSUB 9200
4095 IF I=4 THEN LET G(4)=9.81
4097 IF I=1 THEN LET F=G(1)
4100 IF I>1 AND I<>4 THEN LET F=F+
     G(I)
4110 NEXT I
4120 NEXT N
4126 PRINT AT 0,0;"G.-INCREMENTO
     DE ATRACCION"
4127 PRINT AT 3,0;"AST":AT 3,4;"IN-
     CREMEN. ATRAC";AT 3,19;"
     ATRAC. ACUM"
4128 PRINT AT 4,0;"___(3)___";AT 4,4;"__
     ______(13)______";AT 4,19;"____
     ___(13)___";
4129 GOSUB 1000
4130 FOR N=Q TO S STEP W
4134 FOR I=1 TO 12
4140 IF I<12 AND I<>4 THEN PRINT AT
     I+5,0;P$(I,1 TO 3);AT I+5,4;
     G(I);
4150 IF I=4 THEN PRINT AT I+5,0;
     P$(I,1 TO 3);AT I+5,4;G(I);AT I+5,
     19;"NO SE INCLUYE)";
4152 IF I=12 THEN PRINT AT I+5,0;
     P$(I,1 TO 3);AT I+5,4;G(I);AT I+5,
     19;F;
4153 PRINT AT 20,0;"FECHA:";(U+N)
4154 PRINT AT 21,8;"____(4)____"
4155 NEXT I
4160 PAUSE 800
4165 NEXT N
4170 CLS
4200 RETURN
5000 REM ATRACCION
5005 FAST
5010 REM "OJO: LOS ANGULOS SOLO
     SE HAN TOMADO CON VALOR
     1/2"
5015 LET O(1)=0
5020 LETY O(2)=PI/16
5030 LET O(3)=PI/*3/16
5040 LET O(4)=PI/4
5050 LET O(5)=PI*3/16
5060 LET O(6)=0
5070 LET O(7)=PI/8
5080 LET O(8)=PI*3/16
5090 LET O(9)=PI*3/32
5100 LET O(10)=PI/64
5110 LET O(11)=PI/8
5112 LET O(12)=PI/4
5115 RETURN
5150 REM
5151 FAST
5153 LET X(4)=D*COS (2*0(4)+(N*2*
      PI/T))
5155 LET Y(4)=D*SIN (2*O(4)+(N*2*
     PI/T))
5156 IF I=4 THEN GOTO 5230
5157 LET J(1)=1
5160 LET J(12)=INT (.384*10**3/149.
     68)/(10**3)
5162 IF I=1 OR I=12 THEN GOTO 5242
5170 IF I<>1 OR I<>4 OR I<>12 THEN GO-
     SUB 9000
5180 LET I(I)=(SIN (2*O(I)+W(I))
5190 LET K(I)=(COS (2*O(I)+W(I))
5200 LET X(I)=(D(I)*K(I))
5210 LET Y(I)=(D(I)*I(I))
5215 IF H$="R" THEN RETURN
5230 LET C(4)=0
5236 IF I<>4 THEN LET AA=X(I)-X(4)
5237 IF I<>4 THEN LET BB=Y(I)-Y(4)
5238 IF I<>4 THEN LET C(I)=(AA)*AA
      +(BB)*BB
5240 IF I<>4 THEN LET J(I)=C(I)**.5
5242 RETURN
```

```
5244 GOSUB 5000
5245 GOSUB 3000
5246 LET D = 1
5247 LET T = 1
5248 IF W$ = ''M'' THEN LET FOR N = 0
     TO (SS - TT) STEP W
5249 IF W$ = ''A'' THEN FOR N = 0 TO
     (S - Q) STEP W
5250 FOR I = 1 TO 12
5251 GOSUB 5150
5252 LET J(1) = 1
5253 LET J(12) = INT (.384*10**3/149.
     68)/(10**3)
5254 PRINT AT 0,0;''D.-DISTANCIA
     TIERRA/PLANETA (U.A)''
5255 IF W$ = ''A'' THEN PRINT AT 4,0;
     ''AÑO'';AT 4,6*N + 4;U + N
5256 PRINT AT 5,0;''___(3)___'';AT 5,6*N
     + 4;''____(4)____'';
5257 GOSUB 1000
5258 IF W$ = ''M'' AND TT + N>12 THEN
     PRINT AT 2,0;''AÑO:'';U + 1
5260 GOSUB 7500
5261 LET ZZ = TT + N
5262 IF ZZ>12 THEN LET ZZ = ZZ - 12
5263 IF W$ = ''M'' THEN PRINT AT 4,0;
     ''MES'';AT 4,6*N + 4;M$(ZZ,1 TO
     4)
5264 PRINT AT 20,0;''NOTA.-LA FECHA
     DE CALCULO PARA CADA AÑO
     ES EL 10 DE ABRIL.''
5266 IF I<=11 THEN PRINT AT I + 5,0;
     P$(I,1 TO 3);AT I + 5,6*N + 3;''    '';
     INT (J(I)*10**2)/10**2
5267 IF W$ = ''M'' AND ZZ<=12 THEN
     PRINT AT 2,0;''AÑO:'';U
5269 IF W$ = ''M'' THEN PRINT AT 3,6;
     ''____(4)____''
5270 IF I = 12 THEN PRINT AT 17,0;
     P$(12,1 TO 3);AT 17,6*N + 3;''    ''
     ;(J(12))
5276 NEXT I
5280 NEXT N
5288 PAUSE 1000
5290 RETURN
6000 REM RESULTANTE DE G(I)
6025 FAST
6118 GOSUB 5000
6120 LET D = 1
6121 GOSUB 3000
6122 FOR N = Q TO S STEP W
6123 FOR I = 2 TO 12
6124 IF I = 4 THEN GOTO 6211
6125 IF I<4 THEN LET A(I) = O(I) - O(4)
     - ((N*2*PI - N/T(I)*(1/T(I)) + (1/T
     (4)))
6128 IF I>4 THEN LET A(I) = O(I) - O(4)
     - ((N*2*PI)*(1/T(I) + (1/T(4)))
6130 LET DD = ((D(4)**2 - (D(I)**2 + J
     (I)**2))/(D(I)*J(I)))
6132 IF DD<-1 OR DD 1>THEN GOTO
     6211
6135 LET B(I) = ACS DD
6150 LET E(I) = PI/4 - A(I) - B(I)
6160 LET P(I) = G(I)*COS E(I)
6170 LET Q(I) = G(I)*SIN E(I)
6180 LET L(I) = L(I) + P(I)
6190 LET N(I) = N(I) + Q(I)
6200 LET TC = 360*(N(I))/(L(I)*2*PI)
6205 LET TA = ATN TC
6210 LET F(I) = F(I) + G(I)
6211 NEXT I
6212 NEXT N
6213 FOR I = 1 TO 12
6214 GOSUB 1000
6215 PRINT AT 2,0;''ASTA'';AT 2,9;
     ''A(I)'';AT 2,23;''B(I)''
6218 IF I<>4 THEN PRINT AT I + 3,0;P$
     (I,1 TO 4);AT I + 3,6;A(I);AT I + 3,19
     ;B(I);AT 18,19;DD
6220 NEXT I
6230 PAUSE 300
6250 RETURN
7000 CLS
7002 PRINT AT 0,5;''TABLA DE VA-
     RIABLES''
7010 PRINT TAB 5;''__________(18)______
     _________''
7020 PRINT
7030 PRINT ''O(I) = ANG. ORIGEN 10/3/
     82 (RAD.)''
7040 PRINT ''R = AÑO ORIGEN MOVIM.
     (XXXX)''
7050 PRINT ''S = AÑO FINAL MOVIM.
     (XXXX)''
7060 PRINT ''E = MESES (M)/AÑOS (A)
     PERIODO''
7070 PRINT
7080 PRINT ''D(I) = DIST. I/SOL EN U.A.
     (T = 1)''
7090 PRINT ''T(I) = TRANSLACION I(
     AÑOS''
```

```
     (SS - TT) STEP W
8060 IF W$ = "A" THEN PRINT AT 2,0;
     "AÑO:";U + N
8070 IF W$ = "M" AND TT + N< =12
     THEN PRINT AT 2,0;"AÑO:";U
8072 IF W$ = "M" AND TT + N>12 THEN
     PRINT AT 2,0;"AÑO:";U + 1
8074 IF W$ = "M" AND TT + N>12 THEN
     PRINT AT 2,17;M$(TT + N - 12,1
     TO)
8076 IF W$ = "M" AND TT + N< =12
     THEN PRINT AT 2,17;M$(TT + N,1
     TO)
8100 FOR I = 1 TO 12
8110 LET X(1) = 0
8112 LET Y(1) = 0
8160 IF I<>4 OR I<>12 THEN PRINT AT
     I + 5,0;P$(I,1 TO 3);AT I + 5,6;X(I);
     AT I + 5,19;Y(I);
8170 IF I = 4 THEN PRINT AT I + 5,0;P$
     (I,1 TO 3);AT I + 5,6;X(I);AT I + 5,19
     ;Y(I) - D;
8180 LET X(12) = X(4) + D(12)*COS (O
     (12) - O(4) - N *2* PI / T(12))
8190 LET Y(12) = Y(4) + D(12)*SIN (O
     (12) - O(4) - N *2*PI / T(12))
8200 IF I = 12 THEN PRINT AT I + 5,0;
     P$(I,1 TO 3);AT I + 5,6;X(I);AT I + 5,
     19;Y(I) - D;
8230 NEXT I
8240 NEXT N
8250 PAUSE 800
8270 CLS
8300 RETURN
9000 REM
9010 FOR K = 2 TO 11
9080 IF N<>0 AND K<>4 THEN LET W(K)
     = (2*N *PI) / T(K)
9100 NEXT K
9180 RETURN
9200 REM
9220 IF I<>4 THEN LET H(I) = M(I) / (J(I)
     **2)
9250 IF I<>4 THEN LET G(I) = G(4)*(R**2
     )*H(I) / 10**6
9290 RETURN
9990 SAVE "SOL"
9999 GOTO 8
```

RELOJ ANUAL (Programa ''HORA'', número 4)

Al Programa se le proporcionan como datos:
Día en el que queremos comenzar la cuenta (1-2 dígitos), Mes (3 letras), Año (4 dígitos), Hora (1-24), Minuto (1-60) y Segundo (1-60).
Se obtiene un Reloj Anual que indica el Año, dia del año acumulado (fecha JULIANA), hora del día (sobre 24 horas), minuto y segundo.
El Reloj es muy poco preciso, pero cambiando la PAUSE de la sentencia 200, y añadiendo sentencias PAUSE 217 y 227 se puede mejorar esta precisión.
El Reloj NUNCA para. Aconsejamos corten el Programa después de 10 horas (como máximo) para no dañar el ZX-81. (Es una broma, claro).

PROGRAMA NUM. 4

```
DIA-HORA

AÑO              1982
DIA               197
HORA                1
MINUTO              4
SEGUNDO            15

DIA-HORA (ACTUAL)

DIA
MES (MMM)          16
AÑO               JUL
HORA             1982
MINUTO              6
SEGUNDO             1

DIA-HORA

AÑO              1982
DIA               197
HORA                1
MINUTO              6
SEGUNDO            53
```

```
   5 FAST
  10 PRINT AT 0,0;''DIA-HORA (AC-
     TUAL)''
  50 GOSUB 1000
  60 PRINT AT 0,0;''DIA-HORA''
 100 FOR A =AA TO 365
 110 FOR I =II TO 24
 120 FOR J =JJ TO 60
 130 FOR K =KK TO 60
 140 PRINT AT 4,0;''AÑO'';AT 4,10;N
 150 PRINT AT 6,0;''DIA'';AT 6,10;A
 160 PRINT T 8,0;''HORA'';AT 8,10;I
 170 PRINT AT 10,0;''MINUTO'';AT 10,
     10;J
 180 PRINT AT 12,0;''SEGUNDO'';AT
     12,10;K
 200 PAUSE 17
 210 NEXT K
 211 IF K>=60 THEN LET KK=1
 212 REM IF K>=60 THEN LET J =J + 1
 215 PRINT AT 12,10;''  ''
 220 NEXT J
 221 IF J >=60 THEN LET JJ =1
 222 REM IF J>=60 THEN LET I =I + 1
 225 PRINT AT 10,10;''  ''
 230 NEXT I
 231 IF I>=24 THEN LET II =1
 232 REM IF I>=24 THEN LET A =A + 1
 235 PRINT AT 8,10;''  ''
 240 NEXT A
 250 IF A =365 THEN LET N =N + 1
 260 LET AA =1
 300 PRINT AT 4,10;''   ''
 310 PRINT AT 6,10;''   ''
 320 PRINT AT 8,10;''   ''
 330 PRINT AT 10,10;''   ''
 340 PRINT AT 12,10;''   ''
 350 GOTO 60
1000 REM
```

```
1100 PRINT AT 10,0;''HORA'',
1010 PRINT AT 4,0;''DIA'';
1020 INPUT D
1025 PRINT AT 4,10;D
1030 PRINT AT 6,0;''MES (MMM)'';
1040 INPUT W$
1050 PRINT AT 6,10;W$
1060 GOSUB 2000
1065 LET AA = AA + D
1070 PRINT AT 8,0;''AÑO'';
1080 INPUT N
1090 PRINT AT 8,10; N
1110 INPUT II
1120 PRINT AT 10,10;II
1130 PRINT AT 12,0;''MINUTO'';
1140 INPUT JJ
1150 PRINT AT 12,10;JJ
1160 PRINT AT 14,0;''SEGUNDO'';
1170 INPUT KK
1180 PRINT AT 14,10;KK
1190 PAUSE 50
1192 LET KK = KK + 2
1195 CLS
1200 RETURN
2000 REM
2010 IF W$ = ''ENE'' THEN LET AA = 0
2020 IF W$ = ''FEB'' THEN LET AA = 31
2030 IF W$ = ''MAR'' THEN LET AA =
     59
2040 IF W$ = ''ABR'' THEN LET AA = 90
2050 IF W$ = ''MAY'' THEN LET AA =
     120
2060 IF W$ = ''JUN'' THEN LET AA =
     151
2070 IF W$ = ''JUL'' THEN LET AA =
     181
2080 IF W$ = ''AGO'' THEN LET AA =
     212
2090 IF W$ = ''SEP'' THEN LET AA =
     243
2100 IF W$ = ''OCT'' THEN LET AA =
     273
2110 IF W$ = ''NOV'' THEN LET AA =
     304
2120 IF W$ = ''DIC'' THEN LET AA =
     334
2130 RETURN
9970 STOP
9990 SAVE ''HORA''
9999 GOTO 1
```

PARTE III.- RELACION DE SENTENCIAS PRINT CON CARACTERES INVERSOS

PROGRAMA 1
6095 CALENDARIO SIGLOS XX/XXI

PROGRAMA 2
23 BIO-RITMOS
25 FECHA NACIMIENTO
1900 FECHA INICIAL PERIODO
4140 GLOBAL
4141 FISICO
4142 EMOTIV.
4143 MENTAL
4420 NACIM.
4430 ACTUAL
4710 NACIM.
4715 ACTUAL
5100 BIO-RITMOS
5120 GLOBAL
5150 MAXIMO; MINIMO
6100 CALENDARIO SIGLOS XX/XXI
8005 CONCEPTOS
8010 MAX/MIN.
8030 FISICO
8040 EMOTIVO
8050 MENTAL
8122 FISICO
8124 EMOTV.
8126 MENTAL
9050 CLAVE DE SIMBOLOS
9080 DIA SEMANA FECHA
9090 EDAD
9100 BIO-RITMOS

PROGRAMA 3
10 SISTEMA SOLAR
1680 SISTEMA INTERIOR
1780 SISTEMA EXTERIOR
2001 SISTEMA SOLAR
4126 INCREMENTO DE ATRACCION
5254 DISTANCIA TIERRA/PLANETA
8010 TABLA DE COORDENADAS

PROGRAMA 4
10 DIA-HORA
60 DIA-HORA